

Serie 1

DIFFERENZENGLEICHUNGEN UND DIFFERENTIALGLEICHUNG DER HARM. SCHWINGUNG

1. (a) Finden Sie die explizite Formel zur Berechnung der Fibonacci-Zahlen a_n , wobei die Fibonacci-Zahlen durch folgende Differenzengleichung gegeben sind:

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \quad \text{mit} \quad a_0 = a_1 = 1$$

- (b) Der *goldene Schnitt* φ ist definiert als die positive reelle Zahl welche die Gleichung $\varphi^2 = \varphi + 1$ erfüllt. Zeigen Sie, dass gilt:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \varphi$$

2. (a) Finden Sie die explizite Formel für a_n , wobei a_n durch folgende Differenzengleichung gegeben ist:

$$a_{n+2} = a_{n+1} - a_n \quad \text{mit} \quad a_0 = 1, a_1 = 2$$

- (b) Berechnen Sie a_2 und a_3 sowohl mit der expliziten Formel wie auch mit der rekursiven Formel.

3. (a) Finden Sie die explizite Formel für a_n , wobei a_n durch folgende Differenzengleichung gegeben ist:

$$a_{n+2} = 6a_{n+1} - 9a_n \quad \text{mit} \quad a_0 = 1, a_1 = 2$$

- (b) Berechnen Sie a_2, a_3, a_4 sowohl mit der expliziten Formel wie auch mit der rekursiven Formel.

4. Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

$$\ddot{y} + 5\dot{y} + 4y = 0, \quad y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = 1$$

5. Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

$$\ddot{y} - 6\dot{y} + 9y = 0, \quad y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = 1$$

6. Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

$$\ddot{y} + 4\dot{y} + 5y = 0, \quad y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = 1$$