Serie 15

1. Aufgabe

Betrachten Sie die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Determinante der Matrizen:

- (a) A,
- (b) B,
- (c) AB,
- (d) A+B,
- (e) $(A+B)^2$.

2. Aufgabe

(a) Sei $b \in \mathbb{R}$, betrachten Sie die folgende Matrix:

$$D_b = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & b \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Determinante von \mathcal{D}_b in Abhängigkeit von b.

(b) Sei $b \in \mathbb{R}$ und $x \in \mathbb{R}^3$, betrachten Sie die folgende Matrix:

$$D_b = \begin{pmatrix} 4 & 0 & b \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Für welches b hat das Gleichungssystem $D_b \cdot x = 0$ unendlich viele Lösungen?

3. Aufgabe

(a) Betrachten Sie die folgenden Vektoren:

$$v_1 = \begin{pmatrix} -5\\-6 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 2\\1 \end{pmatrix}$$

Sind sie linear unabhängig?

(b) Betrachten Sie die folgenden Vektoren:

$$v_1 = \begin{pmatrix} 10\\ \frac{5}{3} \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 6\\ 1 \end{pmatrix}$$

Sind sie linear unabhängig?

FS 2023

Multiple Choice

Wichtig: Bei jeder Aufgabe ist genau eine Antwort richtig. Falls Sie die Lösung nicht wissen, raten Sie nicht und schreiben Sie "Weiss ich nicht." So erhält Ihr/e Ubungsleiter/in eine bessere Rückmeldung.

- 1. Sind die beiden Spalten einer 2×2 -Matrix A identisch, so gilt det(A) = 0.
- (a) richtig,
- (b) falsch.
- 2. Betrachten Sie die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ -1 & 4 & -2 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 & 1 \\ -3 & -4 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

Welche der folgenden Ausdrücke liefern als Ergebnis die Matrix $A = \begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 16 & 27 \\ 24 & -18 \\ 24 & 16 \end{pmatrix}$?

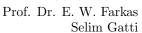
- (a) (5A B) + 3C,
- (b) $(5A B)^T + 3C^T$,
- (c) $((5A B)^T)^T + 3C^T$,
- (d) Keiner.
- 3. Betrachten Sie die folgende Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

Sei $B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ erhalten aus A mittels Vertauschung der Zeilen. Dann gilt $\det(B) = -\det(A)$.

- (a) richtig,
- (b) falsch.

FS 2023 2



4. Sei det $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = 4$. Welche der folgenden Aussagen ist nicht richtig?

(a)
$$\det \begin{pmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 2d \end{pmatrix} = 8,$$

(b)
$$\det \begin{pmatrix} a & b \\ c-a & d-b \end{pmatrix} = 4$$
,

(c)
$$\det \begin{pmatrix} a & b \\ c+2a & d+2b \end{pmatrix} = 4,$$

(d)
$$\det \begin{pmatrix} a & b \\ 3c & 3d \end{pmatrix} = 12.$$

Abgabe der schriftlichen Aufgaben: Vor Samstag, den 4. März um 12 Uhr im Raum HG J 68, in einem der Fächer beschriftet mit Abgabe (oder über SAMup).

FS 2023 3