Serie 24

1. Aufgabe

Gegeben ist die Funktion

$$f(x,y) = e^{-(2x^2+3y^2)}, \quad (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}.$$

Berechnen Sie die Schnittkurve des Schnitts mit der xz-Ebene.

2. Aufgabe

Die sogenannte logarithmische Spirale $r(\phi) = e^{\frac{\phi}{2\pi}}$ mit $0 \le \phi \le 2\pi$ "umschliesst" das Gebiet (Polarkoordinaten)

$$B = \left\{ (r,\phi) \,|\, 0 \le \phi \le 2\pi \,,\, 0 \le r \le e^{\frac{\phi}{2\pi}} \right\}.$$

Skizzieren Sie das Gebiet B und rechnen Sie dessen Fläche aus.

3. Aufgabe

(a) Skizzieren Sie $D = \{(x,y) \mid \pi/2 \le x \le \pi,\ 0 \le y \le \pi/2\}$ und berechnen Sie das Integral

$$\iint_D \cos x \, \cos y \, dy \, dx \, .$$

(b) Skizzieren Sie $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \le x \le 4,\ \frac{1}{2}x \le y \le \sqrt{x}\}$, und berechnen Sie das Integral

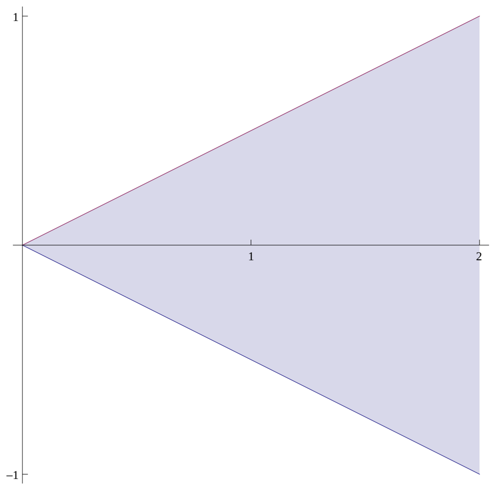
$$\iint_E xy + y \, dy \, dx \, .$$

(c) Skizzieren Sie $F = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \le x \le e^2 - 1,\ \log(1+x) \le y \le 2\}$, und berechnen Sie den Flächeninhalt von F.

4. Aufgabe

Sei f die Funktion gegeben durch $f(x,y) = xy + x + y$ und $G \subseteq \mathbb{R}^2$ das Gebiet in der Skizze. Berechnen Sie das Integral

$$\iint_G f(x,y) \, dG.$$



Multiple Choice

Wichtig: Bei jeder Aufgabe ist genau eine Antwort richtig. Falls Sie die Lösung nicht wissen, raten Sie nicht und schreiben Sie "Weiss ich nicht." So erhält Ihr/e Ubungsleiter/in eine bessere Rückmeldung.

1. Sei $D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, xy = 36\right\}$ und $f : D \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x, y) = x + y - 1$. Was ist das globale Maximum von f?

(a) $(x, y) = (0, 0)$,

(b) $(x, y) = (6, 6)$,

(c) $(x, y) = (-6, -6)$,

(d) Es gibt kein globales Maximum.

2. Sei $V = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\right\}$. Was ist der Wert des Integrals

$$\int_V \sqrt{x^2 + y^2}\, dxdy?$$

(a) $\frac{\pi}{3}$,

(b) $\frac{\pi^2}{2}$,

(c) $\frac{\pi}{2}$,

(d) $\frac{1}{2}$.

3. Gegeben sei eine differenzierbare Funktionen in einer Variablen

$$\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad t \mapsto \phi(t)$$

mit Ableitungsfunktion $\phi' : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $t \mapsto \phi'(t)$, und eine Funktion in zwei Variablen

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad (x, y) \mapsto f(x, y) = \phi(xy).$$

Welche der folgenden Aussagen über die partiellen Ableitungen von f ist richtig?

(a) $\partial_x f(x, y) = \phi'(xy)$,

(b) $\partial_x f(x, y) = x\phi'(xy)$,

(c) $\partial_x f(x, y) = y\phi'(xy)$,

(d) Keine der obigen Aussagen ist richtig.

4. Sei

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto f(x, y) = 3x^2 + 6xy + \frac{1}{6}y^3 + \frac{27}{2}y.$$

Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?

(a) Die Funktion hat keine kritischen Punkte,

(b) Die Funktion hat ein Maximum,

(c) Die Funktion hat ein Minimum.

Abgabe der schriftlichen Aufgaben: Vor Samstag, den 20. Mai um 12 Uhr über SAMup.