

Wahrscheinlichkeit & Statistik

Quiz 10

Onlineabgabe vor Beginn der Übungsstunde

Dieser Quiz beschäftigt sich mit dem zentralen Grenzwertsatz und Ungleichungen. Die Übungen mit (*) markiert sind fakultativ.

Weitere Informationen und Instruktionen zur Abgabe unter
<https://metaphor.ethz.ch/x/2023/fs/401-0614-00L/>

1. Sei $X \sim \text{Bin}(n, \frac{1}{2})$, wobei $n \in \mathbb{N}$ gross ist. Welche dieser Annäherungen stimmt?

(a) $X \stackrel{\text{approx.}}{\sim} \mathcal{N}(n/2, n/4)$

(b) $X \stackrel{\text{approx.}}{\sim} \text{Poi}(n/2)$

(c) $X \stackrel{\text{approx.}}{=} n/2$

2. Sei $X \sim \text{Bin}(n, \frac{1}{2n})$, wobei $n \in \mathbb{N}$ gross ist. Welche dieser Annäherungen stimmt?

(a) $X \stackrel{\text{approx.}}{\sim} \mathcal{N}(1/2, 1/4)$

(b) $X \stackrel{\text{approx.}}{\sim} \text{Poi}(1/2)$

(c) $X \stackrel{\text{approx.}}{=} 1/2$

3. Sei $X \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Was ist $E[\exp(\lambda X)]$ für $\lambda \in \mathbb{R}$?

(a) $\exp(\sigma\lambda)$

(b) $\exp(2\sigma\lambda)$

(c) $\exp(\sigma^2\lambda^2/2)$

(d) $\exp(\sigma^2\lambda^2)$

4. Sei $X \geq 0$ eine Zufallsvariable mit $E[X] = \mu$. Welche der folgenden Ungleichungen gilt?

(a) $P[X \leq c] \leq \frac{c}{\mu}$ für $c > 0$.

(b) $P[X \leq c] \leq \frac{\mu}{c}$ für $c > 0$.

(c) $P[X \geq c] \leq \frac{c}{\mu}$ für $c > 0$.

(d) $P[X \geq c] \leq \frac{\mu}{c}$ für $c > 0$.

5. Welchen der folgenden Schranken gelten für $X \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$?
(Mehrere richtige Antworten möglich.)

(a) $P[X \geq x] \leq \frac{\sigma^2}{x^2}$ für $x > 0$.

(b) $P[X \geq x] \leq \frac{x^2}{\sigma^2}$ für $x > 0$.

(c) $P[X \geq x] \leq e^{\sigma^2/2-x}$ für $x > 0$.

(d) $P[X \geq x] \leq e^{2(\sigma^2-x)}$ für $x > 0$.