

Single Choice Aufgaben 20

SYLOWSÄTZE, KLEINE GRUPPEN, KÖRPERERWEITERUNGEN, KÖRPERHOMOMORPHISMEN

Sie haben 15 Minuten Zeit, um die 5 untenstehenden Aufgaben zu lösen. Es ist jeweils genau eine Antwort richtig.

1. Welche Aussage ist *falsch*?
 - (a) Jede Gruppe der Ordnung 21 ist ein semidirektes Produkt zweier nicht-trivialer Gruppen.
 - (b) Jede Gruppe der Ordnung 21 mit nur einer 3-Sylowgruppe ist abelsch.
 - (c) Jede Gruppe der Ordnung 21 ist zyklisch.
 - (d) Es existiert eine endliche Gruppe G mit $|\text{Syl}_3(G)| = 7$.
2. Welche Aussage ist *falsch*?
 - (a) Jede Gruppe der Ordnung 72 ist auflösbar.
 - (b) Jede einfache Gruppe hat keine nichttriviale Untergruppe vom Index 3.
 - (c) Jede einfache Gruppe der Ordnung 360 hat keine Untergruppe vom Index 5.
 - (d) Jede nicht-abelsche Gruppe der Ordnung 60 ist isomorph zu A_5 .
3. Seien L/K und L'/K Körpererweiterungen und $\varphi: L \rightarrow L'$ ein Homomorphismus über K . Welche der folgenden Aussagen ist richtig?
 - (a) Sind L/K und L'/K endlich, so ist φ ein Isomorphismus.
 - (b) Haben L/K und L'/K denselben endlichen Grad, so ist φ ein Isomorphismus.
 - (c) Haben L/K und L'/K den gleichen Grad, so ist φ ein Isomorphismus.
 - (d) Gilt $L = L'$, so ist φ ein Isomorphismus.
4. Zwischen welchen Körpererweiterungen existiert ein Homomorphismus über \mathbb{Q} ?
 - (a) $\mathbb{Q}(i) \rightarrow \mathbb{Q}(\sqrt{2})$
 - (b) $\mathbb{Q}(\sqrt{2}) \rightarrow \mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$
 - (c) $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{4}) \rightarrow \mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$
 - (d) $\mathbb{Q}(i) \rightarrow \mathbb{Q}(\pi)$
5. Seien K ein Körper und $f \in K[X] \setminus \{0\}$ irreduzibel. Welche Aussage ist richtig?
 - (a) Jeder Stammkörper von f über K ist ein Zerfällungskörper von f über K .
 - (b) Jeder Zerfällungskörper von f über K ist ein Stammkörper von f über K .
 - (c) Wenn K algebraisch abgeschlossen ist, sind (a) und (b) richtig.
 - (d) Jede algebraischen Körpererweiterung von K ist ein Zerfällungskörper eines Polynoms.