

Single Choice Aufgaben 21

ALGEBRAISCHER ABSCHLUSS, SEPARABLE POLYNOME

Sie haben 15 Minuten Zeit, um die 5 untenstehenden Aufgaben zu lösen. Es ist jeweils genau eine Antwort richtig.

1. Sei K ein Körper. Welche Aussage ist *falsch*?
 - (a) Je zwei algebraische Abschlüsse von K sind isomorph über K .
 - (b) Besitzt jedes irreduzible Polynom in $K[X]$ eine Nullstelle in K , so ist K algebraisch abgeschlossen.
 - (c) Besitzt K einen algebraisch abgeschlossenen Unterkörper, so ist K algebraisch abgeschlossen.
 - (d) Ist K algebraisch abgeschlossen, so ist für jedes $f \in K[X] \setminus \{0\}$ der Körper K ein Zerfällungskörper von f über K .
2. Zwei Elemente von $\mathbb{Z}[X]$ sind teilerfremd genau dann, wenn
 - (a) sie teilerfremd in $\mathbb{C}[X]$ sind.
 - (b) die einzigen gemeinsamen Teiler der beiden 1 und -1 sind.
 - (c) sie das Einsideal (1) von $\mathbb{Z}[X]$ erzeugen.
 - (d) sie keine gemeinsame Nullstelle in \mathbb{C} besitzen.
3. Welches der folgenden Polynome ist *nicht* separabel über \mathbb{Q} ?
 - (a) $X^4 - 1$
 - (b) 1
 - (c) $X^3 - 3$
 - (d) $X^3 - 2X^2 + X$
4. Über welchem Körper ist das Polynom $X^2 + 1$ *nicht* separabel?
 - (a) \mathbb{Q}
 - (b) \mathbb{R}
 - (c) \mathbb{F}_2
 - (d) \mathbb{F}_3
5. Welche Aussage ist richtig über jedem Körper?
 - (a) Jedes irreduzible Polynom ist separabel.
 - (b) Jedes separable Polynom ist irreduzibel.
 - (c) Jedes separable Polynom hat formale Ableitung ungleich Null.
 - (d) Alle obigen Aussagen sind im Allgemeinen falsch.