

Single Choice Aufgaben 23

SEPARABLE, INSEPARABLE UND NORMALE ERWEITERUNGEN

Sie haben 15 Minuten Zeit, um die 5 untenstehenden Aufgaben zu lösen. Es ist jeweils genau eine Antwort richtig.

1. Sei $M/L/K$ ein algebraischer Körperturm. Welche der Aussagen (a) bis (c) ist im Allgemeinen *falsch*?
 - (a) M/K ist radikal genau dann, wenn M/L und L/K radikal sind.
 - (b) M/K ist separabel genau dann, wenn M/L und L/K separabel sind.
 - (c) M/K ist normal genau dann, wenn M/L und L/K normal sind.
 - (d) Alle obigen Aussagen sind korrekt.
2. Welche Aussage ist *falsch*?
 - (a) Jede quadratische Körpererweiterung ist normal.
 - (b) Jeder Körpererweiterung zweier Körper mit Charakteristik 0 ist normal.
 - (c) Für jedes $n > 0$ ist die Erweiterung $\mathbb{F}_{p^n}/\mathbb{F}_p$ normal.
 - (d) Jeder Körper hat eine normale Erweiterung.
3. Sei \tilde{L} eine normale Hülle einer algebraischen Erweiterung L/K . Welche der folgenden Aussagen ist im Allgemeinen korrekt?
 - (a) \tilde{L} ist ein Zerfällungskörper über K .
 - (b) \tilde{L} ist eindeutig bis auf eindeutige Isomorphie.
 - (c) Ist \tilde{L}/L endlich, so auch L/K .
 - (d) \tilde{L}/K ist einfach, wenn L/K endlich und separabel ist.
4. Welche Körpererweiterung ist normal?
 - (a) $\mathbb{F}_3(T)/\mathbb{F}_3(T^3)$
 - (b) $\mathbb{F}_2(T)/\mathbb{F}_2(T^3)$
 - (c) \mathbb{R}/\mathbb{Q}
 - (d) $\mathbb{Q}(\sqrt[4]{3})/\mathbb{Q}$
5. Welche der Erweiterungen (a) bis (c) ist keine normale Hülle von $\mathbb{Q}(\sqrt[4]{5})/\mathbb{Q}$?
 - (a) $\mathbb{Q}(\sqrt[4]{5}, i\sqrt[4]{5})/\mathbb{Q}(\sqrt[4]{5})$
 - (b) $\mathbb{Q}(\sqrt[4]{5}, i)/\mathbb{Q}(\sqrt[4]{5})$
 - (c) $\mathbb{Q}(\sqrt[4]{5}, i\sqrt[2]{5})/\mathbb{Q}(\sqrt[4]{5})$
 - (d) Alle obigen Erweiterungen sind eine normale Hülle von $\mathbb{Q}(\sqrt[4]{5})/\mathbb{Q}$.