

Single Choice Aufgaben 25

GALOIS- UND TRANSZENDENTE ERWEITERUNGEN, SYMMETRISCHE FUNKTIONEN

Sie haben 15 Minuten Zeit, um die 5 untenstehenden Aufgaben zu lösen. Es ist jeweils genau eine Antwort richtig.

1. Welche Aussage über die Erweiterung $\mathbb{Q}(\sqrt{5}, i)/\mathbb{Q}$ ist korrekt?
 - (a) Die Erweiterung ist galoissch mit Galoisgruppe isomorph zu $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$.
 - (b) Die Erweiterung ist galoissch mit Galoisgruppe isomorph zu S_4 .
 - (c) Die Erweiterung ist galoissch mit Galoisgruppe isomorph zu $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$.
 - (d) Die Erweiterung ist nicht galoissch.
2. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?
 - (a) Jede transzendente Körpererweiterung hat unendlichen Grad.
 - (b) Jede Körpererweiterung von unendlichem Grad ist transzendent.
 - (c) Jede Transzendenzbasis einer Körpererweiterung erzeugt diese auch.
 - (d) Für jede Körpererweiterung existiert eine algebraisch unabhängige Teilmenge, welche die Erweiterung erzeugt.
3. Welche der folgenden Körpererweiterungen ist transzendent?
 - (a) \mathbb{C}/\mathbb{R}
 - (b) $\mathbb{R}/\mathbb{Q}(\pi)$
 - (c) $\mathbb{Q}(i, \sqrt{2})/\mathbb{Q}$
 - (d) $\mathbb{Q}(X)/\mathbb{Q}(X^2)$
4. Betrachte eine Körpererweiterung L/K und eine Teilmenge $A = \{a_\nu \mid \nu \in N\} \subset L$. Welche Aussage ist im Allgemeinen nicht äquivalent zu den anderen?
 - (a) Für jedes $x \in K^\times$ ist $xA := \{xa_\nu \mid \nu \in N\}$ algebraisch unabhängig.
 - (b) A ist algebraisch unabhängig.
 - (c) A ist eine K -linear unabhängige Teilmenge des K -Vektorraums L .
 - (d) Jede Teilmenge von A ist algebraisch unabhängig.
5. Welches der folgenden Polynome in $\mathbb{Q}[X_1, X_2, X_3]$ ist symmetrisch und homogen vom Grad 3?
 - (a) $f_1 := X_1^3 + X_2^3 + X_3^3$
 - (b) $f_2 := X_1^3 + X_1^2 X_2 + X_1 X_2^2 + X_2^3$
 - (c) $f_3 := (X_1 - X_2)^3 + (X_2 - X_3)^3 + (X_3 - X_1)^3$
 - (d) $f_4 := \sum_{i=1}^3 X_i^2$