

Single Choice Aufgaben 27

EINHEITSWURZELN, ABELSCHE ERWEITERUNGEN

Sie haben 15 Minuten Zeit, um die 5 untenstehenden Aufgaben zu lösen. Es ist jeweils genau eine Antwort richtig.

1. Sei L/K endlich galoissch mit Galoisgruppe Γ , und sei $\Gamma' < \Gamma$ eine Untergruppe. Welche der folgenden Aussagen ist im Allgemeinen *falsch*?
 - (a) Es existiert $a \in L$ mit $L^{\Gamma'} = K(a)$.
 - (b) Für jedes $a \in L$ ist $\prod_{\sigma \in \Gamma'} (X - \sigma(a)) \in L^{\Gamma'}[X]$.
 - (c) Es gilt $L^{\Gamma'} = K(\{\sigma(a) \mid a \in L, \sigma \in \Gamma'\})$.
 - (d) Es gilt $L^{\Gamma'} = K(\{a \in L \mid \forall \sigma \in \Gamma' : \sigma(a) = a\})$.
2. Die Körpererweiterung $\mathbb{F}_4(\mu_5)/\mathbb{F}_4$ hat den Grad ...
 - (a) 1
 - (b) 2
 - (c) 3
 - (d) 6
3. Welche der folgenden Aussagen ist im Allgemeinen korrekt?
 - (a) Für jeden Körper K ist $\mu_n(\overline{K}) := \{\xi \in \overline{K} \mid \xi^n = 1\}$ zyklisch der Ordnung n .
 - (b) Für alle ungeraden n ist $\mathbb{F}_2(\mu_n)/\mathbb{F}_2$ eine abelsche Erweiterung.
 - (c) Für alle $n \geq 2$ ist $\mu_n \not\subset \mathbb{Q}$.
 - (d) Für jedes n ist die Gruppe $\text{Gal}(\mathbb{Q}(\mu_n)/\mathbb{Q})$ zyklisch.
4. Die Erweiterung $\mathbb{Q}(i, \sqrt[4]{3})/\mathbb{Q}(i)$ ist ...
 - (a) zyklisch vom Grad 4.
 - (b) galoissch mit Galoisgruppe $\{\pm 1\}^2$.
 - (c) nicht normal und somit nicht galoissch.
 - (d) nicht separabel und somit nicht galoissch.
5. Welche der folgenden Aussagen ist im Allgemeinen korrekt?
 - (a) Jede einfache Radikalerweiterung ist galoissch.
 - (b) Jede endliche abelsche Galoiserweiterung ist zyklisch.
 - (c) Jede endliche abelsche Körpererweiterung L/K ist der Form $L_1 \dots L_m$ für zyklische Erweiterungen L_i/K .
 - (d) Jede endliche Galoiserweiterung ist abelsch.