

Serie 12

1. Sei $\pi: Y \rightarrow X$ eine Überlagerung. Zeigen Sie die folgenden Aussagen.
 - (a) Die Abbildung π ist ein lokaler Homöomorphismus.
 - (b) Falls $\pi^{-1}(x)$ für alle $x \in X$ einelementig ist, dann ist π ein Homöomorphismus.
2. Sei $\pi: Y \rightarrow X$ eine Überlagerung, $A \subseteq X$ eine Teilmenge mit der Unterraumtopologie und $\tilde{A} := \pi^{-1}(A)$. Zeigen Sie, dass die Einschränkung $\pi|_{\tilde{A}}: \tilde{A} \rightarrow A$ eine Überlagerung ist.
3. Sei $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass $\pi_n: \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{C}^*$, $z \mapsto z^n$, eine Überlagerung ist.
4. Sei $\pi: Y \rightarrow X$ eine lokal triviale Faserung. Zeigen Sie die folgenden Aussagen.
 - (a) Sei F ein topologischer Raum. Dann ist die Menge $\{x \in X \mid \pi^{-1}(x) \cong F\}$ offen und abgeschlossen in X .
 - (b) Falls X zusammenhängend ist, dann gilt $\pi^{-1}(x_1) \cong \pi^{-1}(x_2)$ für alle $x_1, x_2 \in X$.
5. Seien X, Y, Z topologische Räume und seien $p: X \rightarrow Y$ und $q: Y \rightarrow Z$ Überlagerungen. Weiter sei $q^{-1}(z)$ für alle $z \in Z$ eine endliche Menge. Zeigen Sie, dass $q \circ p: X \rightarrow Z$ eine Überlagerung ist.