Forcing

Serie 2

$\mathbb{P}$-Namen

Besprechung am 15. März

---

4. Sei $\mathbb{P} = \big(\operatorname{Fn}(\omega, 2), \subseteq\big)$ und seien p_0, p_1, p_2, p_3, p_4 die folgenden fünf $\mathbb{P}$-Bedingungen:

$$p_0 = \{\langle 0,0\rangle\} \qquad p_1 = \{\langle 0,0\rangle, \langle 2,1\rangle\} \qquad p_2 = \{\langle 0,0\rangle, \langle 5,0\rangle\}$$

$$p_3 = \{\langle 0,0\rangle, \langle 5,0\rangle, \langle 2,1\rangle\} \qquad p_4 = \{\langle 0,0\rangle, \langle 5,0\rangle, \langle 2,0\rangle\}$$

Weiter seien für $0 \leq i, j, k, l \leq 4$ folgende $\mathbb{P}$-Namen definiert:

$$\underset{\sim}{x}_{ij} := \big\{\langle \emptyset, p_i\rangle, \langle \emptyset, p_j\rangle\big\}$$

$$\underset{\sim}{x}_{ij}^{kl} := \big\{\langle \underset{\sim}{x}_{ij}, p_k\rangle, \langle \underset{\sim}{x}_{ij}, p_l\rangle\big\}$$

Schliesslich seien $G_3, G_4 \subseteq \operatorname{Fn}(\omega, 2)$ zwei Filter, wobei $p_3 \in G_3$ und $p_4 \in G_4$.

(a) Bestimme $\underset{\sim}{x}_{00}[G_3]$ und $\underset{\sim}{x}_{00}[G_4]$.

(b) Bestimme $\underset{\sim}{x}_{11}[G_3]$ und $\underset{\sim}{x}_{11}[G_4]$.

(c) Bestimme $\underset{\sim}{x}_{01}^{34}[G_3]$ und $\underset{\sim}{x}_{01}^{34}[G_4]$.

(d) Bestimme $\underset{\sim}{x}_{44}^{11}[G_3]$ und $\underset{\sim}{x}_{44}^{11}[G_4]$.

(e) Bestimme $\underset{\sim}{x}_{11}^{44}[G_3]$ und $\underset{\sim}{x}_{11}^{44}[G_4]$.

(f) Bestimme $\underset{\sim}{x}_{44}^{34}[G_3]$ und $\underset{\sim}{x}_{44}^{34}[G_4]$.

5. Sei $\mathbb{P} = (P, \leq)$ eine Partialordnung mit minimalem Element $\mathbf{0}$ und sei $\mathbf{V} \models \mathsf{ZFC}$.

Zeige: Ist $G \subseteq P$ mit $\mathbf{0} \in G$, so gilt für alle $x \in \mathbf{V}$:

$$\underset{\cdot}{x}[G] = x$$