

Serie 2 - Bonusaufgabe 2

Die Abgabe der Bonusaufgabe erfolgt bis zum **Freitag, 6. Oktober 10:00** mit dem SAM-Upload Tool (link über <https://metaphor.ethz.ch/x/2023/hs/401-0171-00L/>). Die Abgabe kann ausschliesslich in derjenigen Übungsgruppe erfolgen, in die Sie sich zu Beginn des Semesters eingeschrieben haben. Eine verspätete Abgabe ist nicht möglich.

Diese Bonusaufgabe wird mit 0 oder 1 Punkt bewertet, wobei 1 Punkt vergeben wird, wenn die Bonusaufgabe sinnvoll und umfassend bearbeitet wurde.

1 Aufgaben zur geometrischen Interpretation von Lösungsmengen von linearen Gleichungssystemen

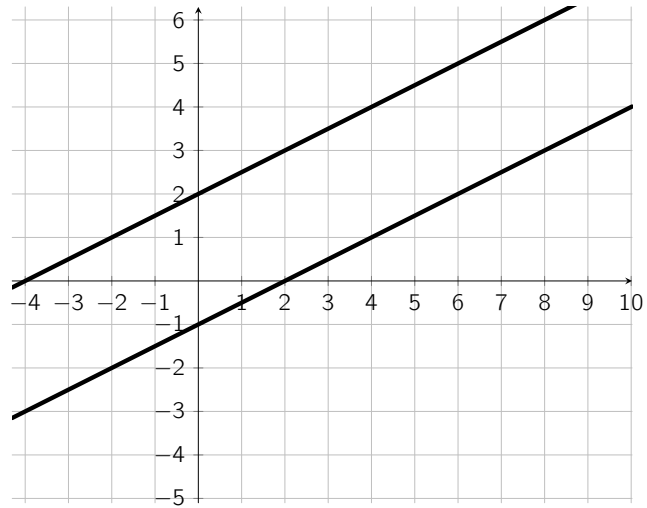
Aufgabe 1

- (a) Betrachten Sie das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Interpretieren Sie die beiden Gleichungen des Systems als Geradengleichungen und zeichnen Sie diese Geraden in ein 2-dimensionales Koordinatensystem ein. Zeichnen Sie zudem auch die Lösungsmenge des Gleichungssystems in das Koordinatensystem ein und erklären Sie Ihre Zeichnung kurz.

- (b) Geben Sie ein lineares Gleichungssystem an, welches zu der geometrischen Darstellung im Koordinatensystem in der untenstehenden Abbildung 1 passt. Begründen Sie Ihre Antwort.
- (c) Geben Sie ein eigenes Beispiel für ein 2×2 lineares Gleichungssystem, welches unendlich viele Lösungen besitzt. Zeichnen Sie zudem dessen geometrische Darstellung in ein 2-dimensionales Koordinatensystem ein. Begründen Sie Ihre Antwort.



Aufgabe 2

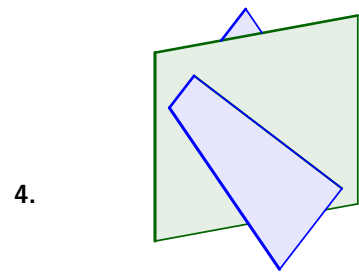
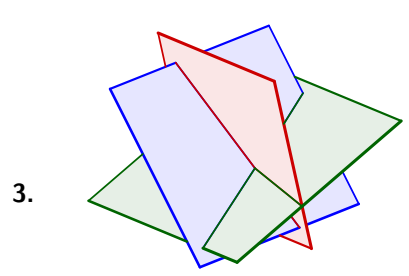
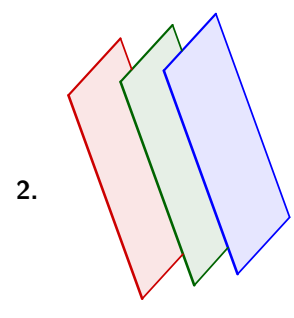
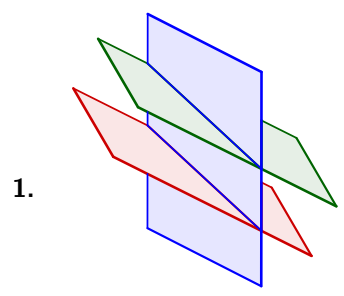
Betrachten Sie die folgenden vier linearen Gleichungssysteme. Verbinden Sie jedes dieser Gleichungssysteme mit dessen untenstehender geometrischer Interpretation (ohne dass Sie die Gleichungssysteme vorab graphisch darstellen). **Begründen Sie Ihre Zuordnungen.**

$$(a) \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

$$(b) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$(c) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

$$(d) \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & -5 \\ 3 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$



Serie 2

Aufgabe 1 ist online auf <https://echo.ethz.ch> zu lösen. Schicken Sie Ihre Lösung bis spätestens **Freitag, 13. Oktober um 14:00 Uhr** ab.

Die schriftlichen Aufgaben können Sie am selben Tag in Ihrer Übungsstunde abgeben oder per SAM-Upload Tool (link über <https://metaphor.ethz.ch/x/2023/hs/401-0171-00L/>).

1. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- (a) Jedes lineare Gleichungssystem mit der gleichen Anzahl von Gleichungen wie Unbekannten hat eine eindeutige Lösung.
- (b) Jedes lineare Gleichungssystem mit weniger Gleichungen als Unbekannten hat mindestens eine Lösung.
- (c) Jedes lineare Gleichungssystem mit mehr Gleichungen als Unbekannten hat keine Lösung.
- (d) Keine der obigen Aussagen ist korrekt.

2. Geben Sie für a und b Bedingungen an, so dass das System

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2bx_2 + 4x_3 &= 5 \\ 3x_1 + + 4x_3 &= 5 \\ + 2bx_2 + 3ax_3 &= b \end{aligned}$$

- (a) Lösungen mit zwei freien Parametern besitzt,
- (b) Lösungen mit *einem* freien Parameter besitzt,
- (c) eindeutig lösbar ist,
- (d) keine Lösung hat

und geben Sie in jedem Fall die Lösungsmenge an.

3. Dimensionsanalyse des Strömungswiderstands eines Schiffes:

Im cgs-Masssystem gilt für die Einheiten:

Dichte des Wassers	ρ	$: cm^{-3}g^1sec^0,$
Schiffsgeschwindigkeit	v	$: cm^1g^0sec^{-1},$
benetzte Oberfläche	\mathcal{O}	$: cm^2g^0sec^0,$
Schiffsmasse	m	$: cm^0g^1sec^0,$
Bremsverzögerung	a	$: cm^1g^0sec^{-2}.$

(a) Welche Formeln des Typs

$$\rho^\alpha v^\beta \mathcal{O}^\gamma m^\delta a^\varepsilon = K$$

sind vom Masssystem her möglich, wenn K eine dimensionslose Zahl sein soll?

(b) Welche Formeln ergeben sich für die Widerstandskraft $F = ma$?

Bemerkung: Die gefundene Lösung ist bei Schiffbauingenieuren tatsächlich in Gebrauch.

4. Gegeben seien die zwei linearen Gleichungssysteme $Ax = b_i$ für $i = 1, 2$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie mit dem Gauss-Algorithmus die Lösungsmengen der beiden Gleichungssysteme.

(b) Lösen Sie die Aufgabe nochmals mit Hilfe von MATLAB.