

### 1.1. Wahrheitstafel

Füllen Sie die folgende Wahrheitstafel für den Ausdruck

$$(A \rightarrow B) \wedge (A \vee C)$$

aus.

$A$	$B$	$C$	$(A \rightarrow B) \wedge (A \vee C)$
$W$	$W$	$W$	
$W$	$W$	$F$	
$W$	$F$	$W$	
$W$	$F$	$F$	
$F$	$W$	$W$	
$F$	$W$	$F$	
$F$	$F$	$W$	
$F$	$F$	$F$	

### 1.2. Induktion

Beweisen Sie per Induktion die folgenden Aussagen für alle  $n \in \mathbb{N}$ :

- (a)  $\sum_{i=1}^n 2^{i-1} = 2^n - 1$
- (b)  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$
- (c)  $n < 2^n$

### 1.3. Bijektivität

Zeigen Sie, dass die Funktion:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow (-1, 1), \quad f(x) := \frac{x}{1 + |x|},$$

bijektiv ist.

### 1.4. Funktionen

Gegeben seien Abbildungen  $f: X \rightarrow Y$  und  $g: Y \rightarrow Z$ . Zeigen Sie:

- (a) Wenn  $f$  und  $g$  surjektiv sind, so ist auch  $g \circ f$  surjektiv.
- (b) Wenn  $f$  und  $g$  injektiv sind, so ist auch  $g \circ f$  injektiv.

- (c) Wenn  $g \circ f$  surjektiv ist, so ist auch  $g$  surjektiv.
- (d) Wenn  $g \circ f$  injektiv ist, so ist auch  $f$  injektiv.
- (e) Zeigen Sie, dass folgende Aussage nicht korrekt ist (d.h. finden Sie ein Gegenbeispiel): Wenn  $g$  surjektiv ist, so ist auch  $g \circ f$  surjektiv.
- (f) Zeigen Sie, dass folgende Aussage nicht korrekt ist (d.h. finden Sie ein Gegenbeispiel): Wenn  $f$  injektiv ist, so ist auch  $g \circ f$  injektiv.