**Aufgabe 1.** (Wichtig)

a) Schauen Sie sich einige Videos auf dem Youtube-Kanal Polyquity EPFL an.

b) Gehen Sie auf die Webseite von Respekt @ ETH Zürich und informieren Sie sich, was Sie tun können sollten Sie ähnliches erleben oder beobachten.

**Aufgabe 2.** Sei $f : [1, 2] \to \mathbb{R}$ die Funktion gegeben durch $f(x) = x$.

a) Beweisen Sie *ohne den Fundamentalsatz zu verwenden*, dass

$$\int_1^2 f(x)dx = \frac{3}{2}.$$

b) Verwenden Sie nun den Fundamentalsatz um zu zeigen dass

$$\int_1^2 f(x)dx = \frac{3}{2}.$$

*Bemerkung:* Diese Aufgabe soll zeigen wie nützlich der Fundamentalsatz bei der Berechnung von Integralen ist. Die Berechnung von Integralen mit dem Fundamentalsatz wird dann das Thema der Übungsserie 11 sein.

**Aufgabe 3.** Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion. Beweisen Sie, dass

$$f = 0 \iff \int_a^b |f(x)|dx = 0$$

gilt.

**Aufgabe 4.** Seien $f, g : [a, b] \to \mathbb{R}$ stetige Funktionen, so dass

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b g(x)dx$$

gilt. Zeigen Sie, dass es ein $y \in [a, b]$ gibt, so dass $f(y) = g(y)$.

*Tipp:* Benutzen Sie Aufgabe 3.

**Aufgabe 5.** (Leicht) Sei $a < b$ und $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion. Zeigen Sie, dass es ein $y \in [a, b]$ gibt, so dass

$$f(y) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx.$$

*Tipp:* Verwenden Sie Aufgabe 4.

**Aufgabe 6.** (Leicht) Sei $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ integrierbar, und sei $f^* : [a,b] \to \mathbb{R}$ eine Funktion, die erhalten wurde, indem der Wert von $f$ an endlich vielen Punkten in $[a,b]$ abgeändert wurde. Zeigen Sie, dass $f^*$ Riemann-integrierbar ist und dass

$$\int_a^b f\,dx = \int_a^b f^*\,dx.$$

**Aufgabe 7.** (Schwierig) Sei $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ eine integrierbare Funktion und $\varepsilon > 0$. Zeigen Sie, dass es eine stetige Funktion $g : [0,1] \to \mathbb{R}$ gibt, so, dass

$$\int_0^1 |f(x) - g(x)| dx < \varepsilon.$$

*Bemerkung:* Das Ziel dieser Aufgabe ist zu zeigen, dass jede Riemannintegrierbare Funktion "beliebig gut" mit einer stetigen Funktion approximiert werden kann.