

## MC-Aufgaben 12

---

56. Sei  $N$  eine positive natürliche Zahl mit:

$$N \equiv 4 \pmod{51} \quad N \equiv 4 \pmod{85} \quad N \equiv 4 \pmod{119}$$

Welche der folgenden Aussagen ist richtig? (mehrere Antworten möglich)

- (a)  $N$  ist eindeutig modulo 17.
- (b)  $N$  ist eindeutig modulo 70.
- (c) Solch eine Zahl  $N$  existiert nicht.
- (d) Solch eine Zahl  $N$  existiert.

57. Welche der folgenden Aussagen ist falsch? (mehrere Antworten möglich)

- (a) Jedes maximale Ideal ist ein Primideal.
- (b) Der Durchschnitt von zwei verschiedenen Primidealen ist immer das triviale Ideal.
- (c) In  $\mathbb{Z}$  ist jedes nicht-triviale Primideal maximal.
- (d) In  $\mathbb{Z}$  ist der Durchschnitt von verschiedenen Primidealen nie ein Primideal.

58. Welche der folgenden Mengen sind Primideale? (mehrere Antworten möglich)

- (a)  $\mathbb{Z}$  in  $\mathbb{Z}[i]$
- (b)  $(\bar{3})$  in  $\mathbb{Z}/15\mathbb{Z}$ .
- (c)  $(\bar{7})$  in  $\mathbb{Z}/15\mathbb{Z}$ .
- (d)  $(0)$  in  $\mathbb{Q}$ .

59. Für  $R$  und  $S$  kommutative Ringe, sei  $\varphi : R \longrightarrow S$  ein Ringhomomorphismus. Welche der folgenden Aussagen ist richtig? (mehrere Antworten möglich)

- (a)  $\ker(\varphi)$  ist ein Ideal in  $R$ .
- (b)  $\text{bild}(\varphi)$  ist ein Ideal in  $S$ .
- (c) Für  $\mathfrak{s}$  ein Primideal in  $S$ , ist auch  $\varphi^{-1}(\mathfrak{s})$  ein Primideal in  $R$ .
- (d) Für  $\mathfrak{r}$  ein Primideal in  $R$ , ist auch  $\varphi(\mathfrak{r})$  ein Primideal in  $S$ .

60. Sei  $R$  ein Ring. Welche Aussage ist im Allgemeinen richtig?

- (a) Es existiert ein Primideal  $\mathfrak{p} \subset R$  und eine Einheit  $p \in R^*$ , sodass  $p \in \mathfrak{p}$ .
- (b) Die leere Menge ist ein Primideal von  $R$ .
- (c) Für jede Primzahl  $p \in \mathbb{N}$  ist  $(p) \subset \mathbb{N}$  ein Primideal.
- (d) Für jede Primzahl  $p \in \mathbb{Z}$  ist  $(p) \subset \mathbb{Z}$  ein Primideal.