

MC-Aufgaben 4

Für $n \in \mathbb{N}_{\geq 1}$, bezeichnet $\text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{Q})$ die Menge der $n \times n$ Matrizen über \mathbb{Q} .

16. Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- (a) $[\mathbb{Z}/15\mathbb{Z} : 6(\mathbb{Z}/15\mathbb{Z})] = 3$
- (b) $\mathbb{Z}/\langle 5, 6 \rangle \cong \mathbb{Z}/\mathbb{Z}$
- (c) Für $G = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ ist $[G : 2G] = 4$
- (d) $\mathbb{Z}/(12\mathbb{Z} \cap 4\mathbb{Z}) \cong \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$

17. Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- (a) S_4 ist auflösbar.
- (b) Zyklische Gruppen sind immer auflösbar.
- (c) S_5 ist auflösbar.
- (d) D_n ist auflösbar für alle $n \geq 2$.

18. Bezüglich der Gruppenoperation

$$\text{GL}_n(\mathbb{Q}) \times \text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{Q}) \longrightarrow \text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{Q}), \quad (B, M) \mapsto BM$$

ist der Stabilisator der Matrix $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in \text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{Q})$ gegeben durch:

- (a) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$
- (b) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & d \end{pmatrix} \mid b, d \in \mathbb{Q} \right\}$
- (c) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & d \end{pmatrix} \mid d \in \mathbb{Q} \setminus \{0\} \right\}$
- (d) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & d \end{pmatrix} \mid b \in \mathbb{Q}, d \in \mathbb{Q} \setminus \{0\} \right\}$

19. Sei G eine Gruppe der Ordnung 65 und M eine Menge mit 16 Elementen. Dann ist die Aussage: *Jede Operation von G auf M hat mindestens einen Fixpunkt.*

- (a) Wahr.
- (b) Falsch.

20. Welche der folgenden Abbildungen $\text{GL}_n(\mathbb{Q}) \times \text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{Q}) \rightarrow \text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{Q})$ ist für jede positive natürliche Zahl n eine Gruppenoperation der Gruppe $\text{GL}_n(\mathbb{Q})$ auf $\text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{Q})$?

- (a) $(A, M) \mapsto AMA^{-1}$
- (b) $(A, M) \mapsto A^T M$
- (c) $(A, M) \mapsto A^T M A$
- (d) $(A, M) \mapsto A + M$