

Sie können von den Integralen in dieser Serie **bis zu 5** selbst auswählen und zur Korrektur durch Ihre Übungsleiterin oder Ihren Übungsleiter abgeben. Markieren Sie die zu korrigierenden Integrale bei der Abgabe Ihrer Lösungen eindeutig.

13.1. MC Fragen: Substitution bei unbestimmten Integralen. Wählen Sie die einzige richtige Antwort.

(a) Welche Substitution ist am besten geeignet, um das folgende unbestimmte Integral zu berechnen?

$$\int \frac{\cos(x)}{1 + \sin(x)^2} dx$$

- $y = \sin(x)$
- $y = \cos(x)$
- $y = 1 + \sin(x)^2$
- Keine dieser Substitutionen vereinfacht das Integral.

(b) Welche Substitution ist am besten geeignet, um das folgende unbestimmte Integral zu berechnen?

$$\int \frac{\cos(x)^3}{\sin(x)^7} dx$$

- $y = \sin(x)$
- $y = \cos(x)$
- $y = \sin(x)^7$
- Keine dieser Substitutionen vereinfacht das Integral.

(c) Welche Substitution ist am besten geeignet, um das folgende unbestimmte Integral zu berechnen?

$$\int \frac{e^{\pi x} - 1}{e^{2\pi x} + e^{\pi x}} dx$$

- $y = e^x$
- $y = e^{\pi x}$
- $y = e^{2\pi x}$
- Keine dieser Substitutionen vereinfacht das Integral.

13.2. Elementare Integrale. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\int_0^1 \frac{2}{x^2 + 1} dx,$$

$$\int_3^4 (e^x - 1) dx,$$

$$\int (x^{2/3} - 2)(x^2 + 3) dx,$$

$$\int \frac{4 - x^3 + x}{x} dx.$$

13.3. Integration durch Substitution. Berechnen Sie die folgenden Integrale durch geeignete Substitutionen:

$$\int_0^1 \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1} dx,$$

$$\int_0^{\pi/4} \cos(2x)^3 dx,$$

$$\int_0^1 x \tan(x^2) dx,$$

$$\int (x^4 + 4x + 4)^{2024} (4x^3 + 4) dx,$$

$$\int \cos(\cos(x)) \sin(x) dx,$$

$$\int \frac{2x}{\sqrt{3 + 4x^2}} dx.$$

13.4. Partielle Integration.

(a) Berechnen Sie die folgenden Integrale durch partielle Integration:

$$\int_0^{\pi/2} x^2 \cos(2x) dx,$$

$$\int_0^1 x \arctan(x) dx,$$

$$\int_0^{\pi/2} e^{6x} \sin(3x) dx,$$

$$\int x^2 e^x dx,$$

$$\int \arcsin(x) dx,$$

$$\int \sinh(x)^2 dx.$$

(b) Verwenden Sie eine Methode wie in der Vorlesung, um das folgende unbestimmte Integral zu berechnen (vgl. Beispiel 5.9.1(5) im Skript):

$$\int \frac{1}{(1 + x^2)^3} dx.$$

13.5. Partialbruchzerlegung. Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale durch Partialbruchzerlegung:

$$\int \frac{x + 7}{x^2(x + 2)} dx, \quad \int \frac{1}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6} dx, \quad \int \frac{1}{(x - 1)(x^2 + 1)^2} dx.$$

13.6. Integral-Trainer. Üben Sie im Integral-Trainer auf Moodle selbstständig weitere Integrale, bis Sie genügend Routine im Integrieren haben. (LINK)