

# Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

## Serie 1

**MC 1-1.** Seien  $A, B \subseteq \Omega$  Teilmengen. Welche der folgenden Aussagen gilt im Allgemeinen nicht? (Genau eine Antwort ist richtig.)

**Hinweis:** Sie können ein Venn-Diagramm zeichnen.

- (a)  $(A \setminus B)^c = B \cup A^c$ .
- (b)  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ .
- (c)  $A \setminus B^c = A \cap B$ .
- (d)  $(A \cup B)^c = A^c \cup B^c$ .

**MC 1-2.** Sei  $\Omega := \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ . Welche der folgenden Kollektionen ist keine  $\sigma$ -Algebra auf  $\Omega$ ? (Genau eine Antwort ist richtig.)

- (a)  $\mathcal{F}_1 := \{\emptyset, \Omega\}$ .
- (b)  $\mathcal{F}_2 := \{\emptyset, \{\omega_1\}, \{\omega_2, \omega_3\}, \Omega\}$ .
- (c)  $\mathcal{F}_3 := \{\{\omega_1\}, \{\omega_2\}, \{\omega_3\}\}$ .
- (d)  $\mathcal{F}_4 := \{\emptyset, \{\omega_1\}, \{\omega_2\}, \{\omega_3\}, \{\omega_1, \omega_2\}, \{\omega_1, \omega_3\}, \{\omega_2, \omega_3\}, \Omega\}$ .

**Aufgabe 1-3.** Über einen Nachrichtenkanal werden der Reihe nach vier Signale übertragen. Jedes Signal wird entweder richtig oder falsch übertragen. Wir wählen als Grundraum  $\Omega$  die Menge der 0-1-Folgen der Länge 4 gemäss

$$\Omega = \{\omega = (x_1, x_2, x_3, x_4) : x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}\},$$

d.h.  $\Omega = \{(0, 0, 0, 0), (1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), \dots, (1, 1, 1, 1)\}$ , und wir interpretieren (für  $i = 1, \dots, 4$ )  $x_i = 1$  als “ $i$ -tes Signal richtig übertragen” und  $x_i = 0$  als “ $i$ -tes Signal falsch übertragen”. Ferner betrachten wir folgende Ereignisse:

- $A$  : ”Genau ein Signal wird falsch übertragen”.
- $B$  : ”Mindestens 2 Signale werden richtig übertragen”.
- $C$  : ”Höchstens 2 Signale werden richtig übertragen”.

- (a) Schreiben Sie die Ereignisse  $A$ ,  $B$  und  $C$  als Teilmengen von  $\Omega$  auf.
- (b) Beschreiben Sie in Worten die Ereignisse  $B \cap C$ ,  $A \cup B$  und  $A^c \cap C^c$ .
- (c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse  $A$ ,  $B$  und  $C$  unter der Annahme, dass alle Elementarereignisse  $(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \Omega$  gleich wahrscheinlich sind. Welches Modell benutzen wir hier?

**Aufgabe 1-4.** Ein Würfel wird so lange geworfen, bis eine 6 erscheint. An diesem Punkt wird das Experiment beendet. Was ist der Grundraum dieses Experiments? Sei  $E_n$  das Ereignis, dass  $n$  Mal gewürfelt werden muss, bis das Experiment gestoppt wird. Welche Punkte des Grundraums sind in  $E_n$  enthalten? Wie lässt sich das Ereignis  $(\bigcup_{n=1}^{\infty} E_n)^c$  in Worten beschreiben?