

Serie 0

FORMALE BEWEISE

0. (a) $\vdash (\varphi \wedge \psi) \leftrightarrow (\psi \wedge \varphi)$
(b) $\vdash (\varphi \vee \psi) \leftrightarrow (\psi \vee \varphi)$
(c) $\vdash \varphi \leftrightarrow \neg\neg\varphi$ (duplex negatio affirmat)
(d) $\vdash (\neg\varphi \vee \psi) \leftrightarrow (\varphi \rightarrow \psi)$
(e) $\vdash (\varphi \rightarrow \psi) \leftrightarrow (\neg\psi \rightarrow \neg\varphi)$ (Kontraposition)
(f) $\vdash (\varphi \wedge \neg\varphi) \rightarrow \psi$ (ex falso quodlibet)

1. Sei $L_{9\frac{3}{4}}$ das Axiomenschema

$$(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow ((\varphi \rightarrow \neg\psi) \rightarrow \neg\varphi).$$

- (a) Zeige, dass gilt: $\{L_0, L_1, L_2, L_8, L_9\} \vdash L_{9\frac{3}{4}}$
(b) Zeige, dass gilt: $\{L_1, L_2, L_{9\frac{3}{4}}\} \vdash \varphi \rightarrow \neg\neg\varphi$

2. Zeige, dass die Gleichheitsrelation “=” transitiv ist, d.h. zeige, dass gilt:

$$\vdash \forall x \forall y \forall z ((x = y \wedge y = z) \rightarrow x = z)$$

3. Sei T eine Theorie. Zeige das Prinzip eines *Widerspruchbeweises*, d.h. zeige, dass wenn aus $T + \varphi$ ein Widerspruch folgt, dass dann $\neg\varphi$ aus T beweisbar ist. Mit anderen Worten, zeige, dass gilt:

$$T + \varphi \vdash \psi \wedge \neg\psi \implies T \vdash \neg\varphi$$