

Wahrscheinlichkeit und Statistik

Serie 10

Version 2 (23. Mai 2024: Änderungen an Aufgabe 10.1 inkl. Lösung), Version 1 (9. Mai)

Bitte stellt Fragen in den Übungen und/oder im Forum.

Bitte stell sicher, dass du die Webseite <https://kahoot.it/> in der Übung am **14. Mai** öffnen kannst.

Freiwillige Abgabe bis **16. Mai 8:00**. Nachher kann selbstständig mit der Lösung verglichen werden.

Diese Woche ist die Serie kürzer, weil 9. Mai ein Feiertag ist :)

Aufgabe 10.1 [MLE I: Uniform verteilt]

Wir betrachten u.i.v. Zufallsvariablen X_1, X_2, \dots , wobei alle X_i die uniforme Verteilung auf $[0, \theta]$ mit $0 < \theta$ besitzen. Sei (x_1, \dots, x_n) eine Realisierung von (X_1, \dots, X_n) . Bestimme den Maximum-Likelihood-Schätzer (engl. „maximum likelihood estimator (MLE)“) für θ für diese Realisierung $(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}_{>0}^n$.

Hinweis: Die Likelihood-Funktion ist nicht differenzierbar. Es kann probiert werden erst die intuitiv richtige Lösung hinzuschreiben und anschliessend zu beweisen, dass diese korrekt ist.

Aufgabe 10.2 [MLE II: Stetige Verteilung]

Wir betrachten eine stetige Verteilung mit Dichte

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\theta}{x^{\theta+1}} & x \geq 1, \\ 0 & x < 1, \end{cases}$$

wobei $\theta > 0$ ein unbekannter Parameter ist. Wir wollen den Parameter θ mit Hilfe eines Datensatzes schätzen.

- Sei X_1, \dots, X_n eine Stichprobe von unabhängigen Zufallsvariablen, welche alle die Dichte f besitzen. Bestimme die Likelihood- und log-Likelihood-Funktion.
- Bestimme den zugehörigen Maximum-Likelihood-Schätzer für θ . Schreibe zuerst die allgemeine Formel für n Beobachtungen hin und berechne dann den Schätzwert für die folgende konkrete Stichprobe:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
12.0	4.0	6.9	27.9	15.4

Wenn du Feedback zur Serie hast, schreibe bitte in das [Forum](#) (oder eine Mail an [Jakob Heiss](#)).