1.1. Wahrheitstafel

Füllen Sie die folgende Wahrheitstafel für den Ausdruck

$$(A \to B) \wedge (A \vee C)$$

aus.

A	B	C	$(A \to B) \wedge (A \vee C)$
W	W	W	
W	W	F	
W	F	W	
W	F	F	
F	W	W	
F	W	F	
F	F	W	
F	F	F	

1.2. Induktion

Beweisen Sie per Induktion die folgenden Aussagen für alle $n \in \mathbb{N}$:

(a) $\sum_{i=1}^{n} 2^{i-1} = 2^n - 1$

(b) $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + ... + \frac{1}{n\cdot(n+1)} = \frac{n}{n+1}$

(c) $n < 2^n$

1.3. Bijektivität

Zeigen Sie, dass die Funktion:

$$f : \mathbb{R} \to (-1, 1), \quad f(x) := \frac{x}{1 + |x|},$$

bijektiv ist.

1.4. Funktionen

Gegeben seien Abbildungen $f\colon X \to Y$ und $g\colon Y \to Z$. Zeigen Sie:

(a) Wenn f und g surjektiv sind, so ist auch $g \circ f$ surjektiv.

(b) Wenn f und g injektiv sind, so ist auch $g \circ f$ injektiv.

(c) Wenn $g \circ f$ surjektiv ist, so ist auch g surjektiv.

(d) Wenn $g \circ f$ injektiv ist, so ist auch f injektiv.

(e) Zeigen Sie, dass folgende Aussage nicht korrekt ist (d.h. finden Sie ein Gegenbeispiel): Wenn g surjektiv ist, so ist auch $g \circ f$ surjektiv.

(f) Zeigen Sie, dass folgende Aussage nicht korrekt ist (d.h. finden Sie ein Gegenbeispiel): Wenn f injektiv ist, so ist auch $g \circ f$ injektiv.