D–BIOL D–CHAB D–HEST

Probeprüfung / Selbsteinstufungstest
Mathematik I

401-0291-00L

Prüfungsangabe

Bitte noch nicht umblättern!

Multiple Choice

1. Aufgabe **[20 Punkte]**

Die Abgabe erfolgt über **Echo**. Pro Teilaufgabe ist genau eine der Antwortmöglichkeiten richtig. Für jede richtig beantwortete Teilaufgabe erhalten Sie **2 Punkte**, sonst **0 Punkte**. Bei dieser Aufgabe müssen Sie die Antworten nicht begründen.

MC1. Was ist der **maximale** Definitionsbereich (Teilmenge von $\mathbb{R}$) der Funktion

$$g(x) = \ln(x^3 + 1)?$$

(A) $(-1, \infty)$,
(B) $[1, \infty)$,
(C) $(-\infty, -1)$,
(D) $(-\infty, 0]$.

MC2. Was ist der **maximale** Definitionsbereich (Teilmenge von $\mathbb{R}$) der Funktion

$$g(x) = \sqrt[4]{\ln(x)}\ ?$$

(A) $(0, \infty)$,
(B) $[1, \infty)$,
(C) $(-\infty, -1)$,
(D) $(-\infty, 0]$.

MC3. Sei

$$f(x) = \cos(x)(1 - x) - 1, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Was ist die erste Ableitung von f?

(A) $f'(x) = (x - 1)\left(\sin(x) - \cos(x)\right)$,
(B) $f'(x) = x \sin(x)$,
(C) $f'(x) = (x - 1)\sin(x) - \cos(x)$,
(D) $f'(x) = \sin(x) - \cos(x)$.

MC4. Sei
$$f(x) = x^x, \quad x \in (1, \infty).$$
Was ist die erste Ableitung von f?

(A) $f'(x) = \ln(x)x^{x-1}$,
(B) $f'(x) = x \cdot x^{x-1}$,
(C) $f'(x) = (\ln(x) + 1)x^x$,
(D) Keine der obigen Aussagen ist wahr.

MC5. Welchen Wert hat der folgende Limes?
$$\lim_{x\to\infty} \frac{e^{-x} + 41x}{x^3 + 42x}$$

(A) 0,
(B) ∞,
(C) $\frac{41}{42}$,
(D) Der Limes existiert nicht.

MC6. Welchen Wert hat der folgende Limes?
$$\lim_{x\to 0} \frac{2x - \sin(x)\cos(x)}{\sin(x)}$$

(A) π,
(B) $1 + \pi$,
(C) 1,
(D) Der Limes existiert nicht.

MC7. Sei $f(x) = \arccos(\sin(x)),\ x \in \mathbb{R}$. Für welches $\tilde{x} \in \mathbb{R}$ gilt $f(\tilde{x}) = \tilde{x}$?

(A) $\tilde{x} = 0$,
(B) $\tilde{x} = \dfrac{\pi}{4}$,
(C) $\tilde{x} = \dfrac{\pi}{2}$,
(D) $\tilde{x} = \pi$.

MC8. Sei $f(x) = 2\cos(x) + 31,\ x \in \mathbb{R}$. Welche der folgenden Aussagen ist **wahr**?

(A) f ist eine konvexe Funktion,

(B) $x_0 = 0$ ist ein lokales Minimum,

(C) $x_0 = \pi$ ist ein lokales Minimum,

(D) $x_0 = 0$ ist ein Wendepunkt.

MC9. Sei f eine zweimal differenzierbare Funktion deren Graph in Abbildung 1 zu sehen ist. Welche Aussage über f ist **wahr** für alle $x \in (-2, 1)$?

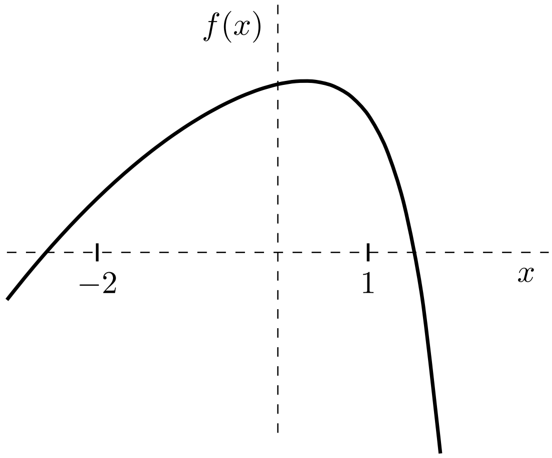


Abbildung 1: Graph der Funktion f.

(A) $f'(x) \geq 0$,

(B) $f'(x) \leq 0$,

(C) $f''(x) \geq 0$,

(D) $f''(x) \leq 0$.

MC10. Sei $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ eine glatte Funktion, sodass

$$f'(x) \geq 0 \quad \text{und} \quad f''(x) \geq 0, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Welche der folgenden Aussagen ist **immer wahr**?

(A) Das Maximum von f wird an genau einen Punkt in $\mathbb{R}$ angenommen,

(B) Die Funktion f ist konkav,

(C) Wenn $a < b$, dann $f(a) \leq f(b)$,

(D) Die Funktion f ist monoton fallend.

Aufgaben

2. Aufgabe (Prüfung Sommer 2020) **[5 Punkte]**

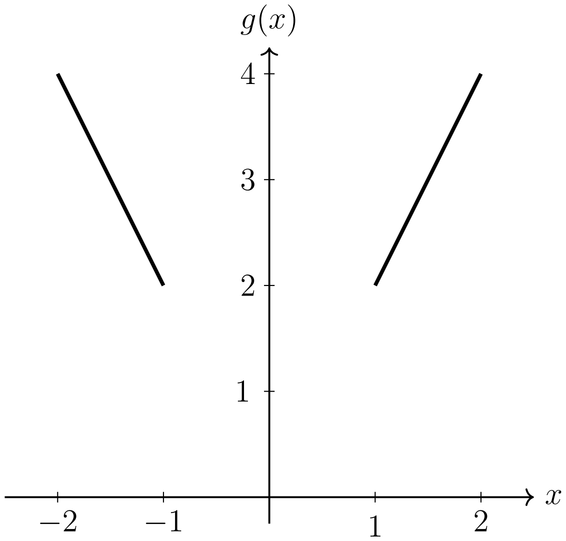
Um die volle Punktzahl zu erreichen, schreiben Sie stets **alle Zwischenschritte sowie Begründungen** auf und vereinfachen Sie die Resultate so weit wie möglich.

(a) **[1 Punkt]** Berechnen Sie die erste Ableitung der Funktion $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) = \ln(x^2) - \ln(2x)$.

(b) **[2 Punkte]** Betrachten Sie die Funktion $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $h(x) = xe^{-3(x-1)}$. Berechnen Sie die zwei Fixpunkte $\widetilde{x}_1$ und $\widetilde{x}_2$ der Funktion h.
Hinweis: Ein Punkt $\widetilde{x}$ ist ein Fixpunkt von h, wenn $h(\widetilde{x}) = \widetilde{x}$ gilt.

Betrachten Sie nun die Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = |x - 1| + |x + 1|$.

(c) **[1 Punkt]** Skizzieren Sie den Graphen der Funktion g für $x \in [-2, 2]$. Unten finden Sie ein Ausschnitt des Graphen für $x \in [-2, -1] \cup [1, 2]$.



(d) **[1 Punkt]** Geben Sie die Punkte $x \in \mathbb{R}$ an, in denen die Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **nicht** differenzierbar ist.

3. Aufgabe (Prüfung Winter 2019) **[5 Punkte]**

Um die volle Punktzahl zu erreichen, schreiben Sie stets **alle Zwischenschritte sowie Begründungen** auf und vereinfachen Sie die Resultate so weit wie möglich.

Betrachten Sie den Limes $L = \lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{x \sin(x)}{x - \pi}$.

(a) [**1 Punkt**] Berechnen Sie L.

Betrachten Sie nun die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = e^x(x^3 - 1)$.

(b) [**0.5 Punkte**] Berechnen Sie $f(1)$.

(c) [**1 Punkt**] Berechnen Sie die erste Ableitung der Funktion f.

Betrachten Sie zuletzt die Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = x^3 - 7x^2 + 13x$.

(d) [**1.5 Punkte**] Bestimmen Sie die Fixpunkte der Funktion g.

(e) [**1 Punkt**] Bestimmen Sie den grösstmöglichen Intervall (a, b), sodass die Funktion g auf (a, b) streng monoton fallend ist.