

Serie 10

1. Aufgabe

Berechnen Sie folgende Stammfunktionen.

(a)
$$\int \frac{1-x}{2x^2 - 2x + \frac{1}{2}} dx,$$

(b)
$$\int \frac{x+1}{x^2 - 2x + 5} dx,$$

(c)
$$\int \frac{x}{x^2 - 1} dx.$$

2. Aufgabe

Berechnen Sie folgende bestimmte Integrale.

(a)
$$\int_{\pi}^{2\pi} \cos^3(x) \sin(x) dx,$$

(b)
$$\int_{-1}^1 \frac{5+x}{5-x} dx,$$

(c)
$$\int_0^4 \frac{2-x}{1+\sqrt{x}} dx, \quad \text{Hinweis: Substitution im Nenner.}$$

3. Aufgabe

Berechnen Sie die folgenden Integrale.

(a)
$$\int_0^a x e^{-cx^2} dx \text{ mit } a, c > 0,$$

(b)
$$\int_0^a e^{\sqrt{x}} dx \text{ mit } a > 0, \quad \text{Hinweis: Substitutionsregel,}$$

(c)
$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx \text{ für eine Funktion } f \text{ mit } f(x) > 0 \text{ für alle } x \in \mathbb{R},$$

(d)
$$\int_a^b \frac{1}{x \ln(x)} dx \text{ mit } a, b > 1.$$

4. Aufgabe

Berechnen Sie die folgenden Integrale.

(a) $\int \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} dx$, **Hinweis:** $x^2 - 1 = x^2 + 1 - 2$,

(b) $\int e^{-x} \sin(2x) dx$,

(c) $\int e^{\sqrt{x}} dx$,

(d) $\int \frac{dx}{x^3 - x}$, **Hinweis:** Benutzen Sie die Antwort der vierten MC-Frage.

(e) $\int \frac{x + 1}{x^2 - 4} dx$,

(f) $\int x^2 \ln(x) dx$,

(g) $\int x \cos(x) dx$,

(h) $\int \frac{6x - 2}{3x^2 - 2x - 5} dx$,

(i) $\int x^2 \cos(x) dx$, **Hinweis:** $\int x \sin(x) dx = \sin(x) - x \cos(x) + C$, für eine Konstante $C \in \mathbb{R}$.

Abgabe : Vor **Samstag**, den 23. November um 12 Uhr über SAMup.

Multiple Choice

Wichtig: Bei jeder Aufgabe ist genau eine Antwort richtig. Falls Sie die Lösung nicht wissen, raten Sie nicht und wählen Sie bei der Eingabe "Weiss ich nicht." So erhält Ihr/e Übungsleiter/in eine bessere Rückmeldung.

1. Es ist $\int \sin(x) \cos(x) dx = \dots$

- (a) $-\frac{1}{2} \sin^2(x) + C$, für eine Konstante $C \in \mathbb{R}$,
- (b) $-\frac{1}{2} \sin^{-2}(x) + C$, für eine Konstante $C \in \mathbb{R}$,
- (c) $\frac{1}{2} \sin^2(x) + C$, für eine Konstante $C \in \mathbb{R}$,
- (d) Keines davon.

2. Um das Integral $\int_2^4 \sqrt{x^2 - 4} dx$ zu berechnen, welche Substitution vereinfacht das Integral?

- (a) $x = 2 \cosh(u)$,
- (b) $x = 4 \cosh(u)$,
- (c) $x = 4 \sinh(u)$,
- (d) $x = 4 \sin(u)$.

3. Für welche obere Integralgrenze b gilt $\int_{-\pi}^b \frac{-\sin(x)}{\cos(x) + 2} dx = \ln\left(\frac{3}{2}\right)$?

Hinweis: Es gilt $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln(|f(x)|) + C$, wobei $C \in \mathbb{R}$ ist.

- (a) $b = 0$,
- (b) $b = \frac{2\pi}{3}$,
- (c) $b = \frac{\pi}{4}$,
- (d) $b = \pi$.

4. Wir möchten das Integral $\int \frac{dx}{x^3 - x}$ berechnen. Welche der folgenden Partialbruchzerlegungen ist richtig?

- (a) $\frac{1}{x^3 - x} = \frac{1}{x} - \frac{\frac{1}{2}}{x + 1} + \frac{\frac{3}{2}}{x - 1}$,
- (b) $\frac{1}{x^3 - x} = -\frac{1}{x} + \frac{\frac{1}{2}}{x + 1} + \frac{\frac{1}{2}}{x - 1}$,
- (c) $\frac{1}{x^3 - x} = \frac{\frac{1}{2}}{x + 1} - \frac{\frac{1}{2}}{x - 1}$,
- (d) Keine davon.

Abgabe : Vor **Samstag**, den 23. November um 12 Uhr über Echo.