Mathematik I
Prof. Dr. E. W. Farkas
Selim Gatti

Serie 5

1. Aufgabe

Entscheiden Sie jeweils bei den angegebenen Folgen $(a_n)_n$, ob es sich um konvergente Folgen handelt und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert $\lim_{n\to\infty} a_n$.

(a) $a_n = \frac{1}{n}\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$,

(b) $a_n = \frac{10n^{10}+5n^5+1}{9n^9+6n^6+2n^2}$,

(c) $a_n = \frac{18n^5+2n^2-7}{3n^5-2n^4+6n}$.

2. Aufgabe

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

(a) $\lim_{x\to 4} \frac{x^2-x-12}{x-4}$,

(b) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin^2(x)}{x^2}$,

(c) $\lim_{x\to\infty} (\sqrt{x+7}-\sqrt{x})$,

(d) $\lim_{x\to 1} \frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$.

Hinweis: Sie haben in der Vorlesung gesehen, dass $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$.

3. Aufgabe

Entscheiden Sie mit der Definition von Differenzierbarkeit, ob folgende Funktionen f im Punkt x_0 differenzierbar sind und bestimmen Sie gegebenenfalls $f'(x_0)$.

(a) $f(x) = 2x^3$ mit $x_0 = 1$,

(b) $f(x) = |x|$ mit $x_0 = 0$,

(c) $f(x) = |x|^3$ mit $x_0 = 0$,

(d) $f(x) = \sqrt{|x|}$ mit $x_0 = 0$.

Hinweis: Es gilt $|x|^3 = |x| \cdot x^2$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

Abgabe : Vor **Samstag**, den 12. Oktober um 12 Uhr über SAMup.

Multiple Choice

Wichtig: Bei jeder Aufgabe ist genau eine Antwort richtig. Falls Sie die Lösung nicht wissen, raten Sie nicht und wählen Sie bei der Eingabe "Weiss ich nicht." So erhält Ihr/e Ubungsleiter/in eine bessere Rückmeldung.

1. Eine Patientin erhält pro Tag eine Medikamentendosis $D > 0$. Bis zur nächsten Applikation der Dosis nach 24 Stunden (= 1 Tag) baut ihr Korper das Medikament um einen Prozentsatz $p > 0$ ab. Sei m_n die Medikamentenmenge im Körper nach n Tagen direkt nach der nächsten Applikation. Wie lautet das Entwicklungsmodell?

(a) $m_{n+1} = m_n - pm_n + nD$,

(b) $m_{n+1} = m_n - pm_n + D$,

(c) $m_{n+1} = p^n m_n + D$,

(d) $m_{n+1} = m_n + npD$.

2. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) := \begin{cases} 2x & \text{wenn } x \leq 0, \\ x & \text{wenn } 0 < x \leq 1, \\ x+1 & \text{wenn } x > 1. \end{cases}$

Wo ist diese Funktion stetig?

(a) Überall,

(b) Überall ausser bei 0,

(c) Überall ausser bei 1,

(d) Nirgends.

3. Seien $a \in \mathbb{R}$ und $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ die Menge aller reellen Zahlen ausser -1. Sei $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R}$ eine Funktion definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-1}{x^4-1} & \text{für } x \neq 1, \\ a & \text{für } x = 1. \end{cases}$$

Für welches a ist f stetig an der Stelle 1?

(a) $a = 1$,

(b) $a = \frac{1}{4}$,

(c) $a = 4$,

(d) Ein solches a gibt es nicht,

(e) Für jedes $a \in \mathbb{R}$.

Abgabe : Vor **Samstag**, den 12. Oktober um 12 Uhr über Echo.