

## Serie 7

### 1. Aufgabe

Sei  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbar. Dann lässt sich  $f$  in der Nähe einer Stelle  $x_0 \in D$  mithilfe der Tangenten durch eine lineare Funktion  $p$  approximieren, wobei  $p(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ .

(a) Seien  $f(x) = \sqrt{x}$  und  $x_0 = 100$ .

i) Bestimmen Sie  $p(x)$ .

ii) Werten Sie  $f(x)$  und  $p(x)$  für  $x = 101, 105, 110$  aus. Wie gross sind jeweils der absolute Fehler  $\Delta_a f(x) = |p(x) - f(x)|$  und der relative Fehler  $\Delta_r f(x) = \left| \frac{p(x) - f(x)}{f(x)} \right|$ ?

(b) Bestimmen Sie  $p(x)$  jeweils an der Stelle  $x_0$  für die folgenden Funktionen  $f$  :

i)  $f(x) = \sqrt[3]{x + x^3}$  mit  $x > 0$ ,  $x_0 = 1$ .

ii)  $f(x) = \ln(x^{\frac{2}{3}})$  mit  $x > 0$ ,  $x_0 = 1$ .

iii)  $f(x) = e^{-\sin(x)}$ ,  $x_0 = 0$ .

iv)  $f(x) = \frac{1}{1 + x^4}$ ,  $x_0 = 1$ .

### 2. Aufgabe

Sei

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = e^{-|x|} \sin(x).$$

Führen Sie eine vollständige Kurvendiskussion durch indem Sie die folgenden Eigenschaften von  $f$  untersuchen.

1. Symmetrie,
2. Nullstellen,
3. Extrema,
4. Wendepunkte (d.h. Punkte  $x \in \mathbb{R}$  mit  $f''(x) = 0$ ),
5. Asymptoten,
6. Wertebereich  $W_f$ .

**Abgabe :** Vor **Samstag**, den 26. Oktober um 12 Uhr über SAMup.

## Multiple Choice

**Wichtig:** Bei jeder Aufgabe ist genau eine Antwort richtig. Falls Sie die Lösung nicht wissen, raten Sie nicht und wählen Sie bei der Eingabe "Weiss ich nicht." So erhält Ihr/e Übungsleiter/in eine bessere Rückmeldung.

**1.** Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  eine Funktion gegeben durch  $f(x) = e^{-x^2}$ . Sei  $p(x) = a_0 + a_1x$  die Linearisierung von  $f$  an der Stelle  $x_0 = 0$ . Dann ist der Wert  $p(2) = \dots$

- (a)  $-2$ ,
- (b)  $-1$ ,
- (c)  $1$ ,
- (d)  $2$ .

**2.** Sei  $p$  die Linearisierung der Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{x}$  bei  $x_0 = 2$ . Bestimmen Sie  $p(x)$ .

- (a)  $p(x) = 1 + \frac{1}{4}x$ ,
- (b)  $p(x) = 1 - \frac{1}{4}x$ ,
- (c)  $p(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}x$ ,
- (d)  $p(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}x$ .

**3.** Der Graph einer differenzierbaren Funktion  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x)$  habe in jedem Punkt eine Tangente mit positiver Steigung. Was folgt daraus?

- (a) Der Graph von  $f$  beschreibt auf  $[a, b]$  eine Linkskurve,
- (b) Der Graph von  $f$  beschreibt auf  $[a, b]$  eine Rechtskurve,
- (c) Keine der obigen Antworten ist richtig.

**4.** An welcher Stelle  $x_0$  hat der Graph der Funktion  $f$  mit  $f(x) = \ln(\sin(x))$  eine waagerechte Tangente?

- (a)  $x_0 = \frac{\pi}{6}$ ,
- (b)  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ ,
- (c)  $x_0 = \frac{\pi}{3}$ ,
- (d)  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .

**Abgabe :** Vor **Samstag**, den 26. Oktober um 12 Uhr über Echo.