

Serie 9

1. Aufgabe

Berechnen Sie den Flächeninhalt von $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 1, x^2 e^{-x} \leq y \leq e^{-x}\}$.

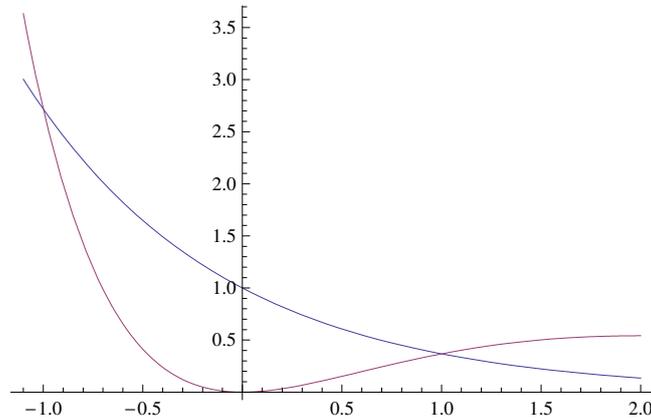


Figure 1: Die zwischen den Graphen von $x \mapsto x^2 e^{-x}$ und $x \mapsto e^{-x}$ eingeschlossene Fläche F .

2. Aufgabe

Berechnen Sie folgende Stammfunktionen.

(a) $\int \frac{7}{x^6} - \frac{2}{x} + 1 + 2x^2 dx,$

(b) $\int \sqrt{x} - \sqrt[3]{x^2} + x^{-\frac{1}{10}} - x^{-\frac{5}{2}} dx,$

(c) $\int x^2 \sin(x) dx,$

(d) $\int \frac{x}{(x+1)^4} dx,$

(e) $\int e^{-x} \cos(x) dx,$

(f) $\int \cos^3(x) dx.$

3. Aufgabe (Prüfung Winter 2014)

(a) Berechnen Sie

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}.$$

(b) Berechnen Sie

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n}{\sqrt{n^2 + 1}}.$$

(c) Bestimmen Sie das Integral

$$\int_1^2 \sin(\ln(x)) \, dx.$$

(d) Bestimmen Sie die Nullstellen des Polynoms $x^3 - 3x^2 - 10x + 24$.

(e) Bestimmen Sie das lokale Maximum (x_{max}, y_{max}) und das lokale Minimum (x_{min}, y_{min}) der Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2.$$

(f) Bestimmen Sie $a \in \mathbb{R}$, sodass die Funktion $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x), & 0 \leq x < \frac{\pi}{4}, \\ a, & \frac{\pi}{4} \leq x < \infty, \end{cases}$$

stetig ist.

4. Aufgabe (Prüfung Winter 2019)

(a) Sei $x > 0$, berechnen Sie

$$\int \frac{6x^2 + 2}{x^3 + x} dx.$$

(b) Berechnen Sie das bestimmte Integral

$$\int_0^1 e^{(x+2)}(x+2) dx.$$

Abgabe : Vor **Samstag**, den 16. November um 12 Uhr über SAMup.

Multiple Choice

Wichtig: Bei jeder Aufgabe ist genau eine Antwort richtig. Falls Sie die Lösung nicht wissen, raten Sie nicht und wählen Sie bei der Eingabe "Weiss ich nicht." So erhält Ihr/e Übungsleiter/in eine bessere Rückmeldung.

1. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die Funktion mit $f(x) = \int_3^x \sin(t) dt$. Wie lautet die Gleichung der Ableitung?

- (a) $f'(x) = \cos(x) - \cos(3)$,
- (b) $f'(x) = \sin(x) - \sin(3)$,
- (c) $f'(x) = \cos(x)$,
- (d) $f'(x) = \sin(x)$.

2. Wir rechnen

$$(x-1)^4 = \int 4(x-1)^3 dx = \int (4x^3 - 12x^2 + 12x - 4) dx = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x.$$

Setzen wir ganz links 0 ein, erhalten wir 1, setzen wir ganz rechts 0 ein, erhalten wir 0. Was ist los?

- (a) Es liegt kein Fehler vor. Es geht um Funktionen, nicht um einzelne Werte,
- (b) Wir dürfen 0 nicht einsetzen,
- (c) Die binomische Formel wurde falsch angewendet,
- (d) Keine der anderen Aussagen stimmt.

Abgabe : Vor **Samstag**, den 16. November um 12 Uhr über Echo.