

Serie 3

1. Bestimmen Sie für welche Werte von $A \in \mathbb{R}$ und $B \in \mathbb{R}$ das folgende Gleichungssystem in den Variablen $x, y, z \in \mathbb{R}$ lösbar ist.

$$\begin{aligned}1x + 2y - 3z &= 14 \\3x + 7y - 9z &= 47 \\-3x - 5y + Az &= B \\2x + 4y - 3z &= 29.\end{aligned}$$

Geben Sie für Ihre gefundenen Werte von A und B alle Lösungen an.

2. Lösen Sie folgende Gleichungen in \mathbb{F}_5 :

(a) $2 + 3x = 1$;

(b) $4x + 1 = 2$;

(c) $x^2 = 3$.

3. (a) Es sei A eine $(m \times n)$ -Matrix mit $m \geq 3$. Finden sie für die folgenden EZUs eine passende $(m \times m)$ -Matrix E , um die EZU auf A auch als Matrixmultiplikation $E \cdot A$ schreiben zu können:

i. $P(2, 3)$

ii. $M(1, 5)$

iii. $S(1, 2, 3)$

- (b) Bringe die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

durch elementare Zeilenumformungen in reduzierte Zeilenstufenform. Sei R die resultierende Matrix. Geben Sie explizit eine invertierbare Matrix W an, sodass gilt

$$W \cdot A = R.$$

Berechnen Sie auch W^{-1} .

Hinweis: Um W und W^{-1} zu finden, ist der erste Teil der Aufgabe sehr hilfreich.

4. Bestimmen Sie alle Matrizen $(a_{ij}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ mit der Eigenschaft, dass die Summe aller Elemente jeder Zeile, jeder Spalte und beider Diagonalen einen vorgegebenen Wert $c \in \mathbb{R}$ annimmt.

Welchen Wert nimmt insbesondere die Zahl a_{22} an?

Ergänzen Sie nun mit dem erlangten Wissen die Matrix

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 16 & a_{13} \\ 24 & 30 & 36 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

so, dass sie den obigen Bedingungen genügt.

Hinweis: Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem auf und verwenden Sie EZU um die Lösungen zu finden.