

## Serie 3

1. Bestimmen Sie für welche Werte von  $A \in \mathbb{R}$  und  $B \in \mathbb{R}$  das folgende Gleichungssystem in den Variablen  $x, y, z \in \mathbb{R}$  lösbar ist.

$$\begin{aligned}1x + 2y - 3z &= 14 \\3x + 7y - 9z &= 47 \\-3x - 5y + Az &= B \\2x + 4y - 3z &= 29.\end{aligned}$$

Geben Sie für Ihre gefundenen Werte von  $A$  und  $B$  alle Lösungen an.

2. Lösen Sie folgende Gleichungen in  $\mathbb{F}_5$ :

(a)  $2 + 3x = 1$ ;

(b)  $4x + 1 = 2$ ;

(c)  $x^2 = 3$ .

3. (a) Es sei  $A$  eine  $(m \times n)$ -Matrix mit  $m \geq 3$ . Finden sie für die folgenden EZUs eine passende  $(m \times m)$ -Matrix  $E$ , um die EZU auf  $A$  auch als Matrixmultiplikation  $E \cdot A$  schreiben zu können:

i.  $P(2, 3)$

ii.  $M(1, 5)$

iii.  $S(1, 2, 3)$

- (b) Bringe die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

durch elementare Zeilenumformungen in reduzierte Zeilenstufenform. Sei  $R$  die resultierende Matrix. Geben Sie explizit eine invertierbare Matrix  $W$  an, sodass gilt

$$W \cdot A = R.$$

Berechnen Sie auch  $W^{-1}$ .

*Hinweis: Um  $W$  und  $W^{-1}$  zu finden, ist der erste Teil der Aufgabe sehr hilfreich.*

4. Bestimmen Sie alle Matrizen  $(a_{ij}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  mit der Eigenschaft, dass die Summe aller Elemente jeder Zeile, jeder Spalte und beider Diagonalen einen vorgegebenen Wert  $c \in \mathbb{R}$  annimmt.

Welchen Wert nimmt insbesondere die Zahl  $a_{22}$  an?

Ergänzen Sie nun mit dem erlangten Wissen die Matrix

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 16 & a_{13} \\ 24 & 30 & 36 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

so, dass sie den obigen Bedingungen genügt.

*Hinweis: Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem auf und verwenden Sie EZU um die Lösungen zu finden.*