

MC-Aufgaben 5

21. Seien G, H zwei Gruppen und sei $\varphi: G \rightarrow H$ ein surjektiver Gruppenhomomorphismus.

Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- (a) Ist $N \trianglelefteq G$, dann ist $\varphi(N) \trianglelefteq H$.
- (b) Ist $N \leq G$, dann ist $\varphi(N) \trianglelefteq H$.
- (c) Ist $N \trianglelefteq H$, dann ist $\varphi^{-1}(N) \trianglelefteq G$.

22. Welche Aussage gilt für jede Untergruppe $H \leq G$ und jede normale Untergruppe $N \trianglelefteq G$ einer Gruppe G ?

- (a) $H/(H \cap N) \cong N/(H \cap N)$.
- (b) $G/N \cong (G/H)/(N/H)$ falls $H \leq N$.
- (c) $H/N \cong HN/N$.
- (d) $H/(H \cap N) \cong G/N$ falls $HN = G$.

23. Welche der folgenden Gruppen ist nicht isomorph zu den anderen?

- (a) $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})/\langle(47, 44)\rangle$
- (b) $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})/\langle(2, 17)\rangle$
- (c) \mathbb{Z}
- (d) $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})/\langle(3, 6)\rangle$

24. Was ist $|\text{Aut}(\mathbb{Z}/20\mathbb{Z})|$? Beachte, dass die Automorphismengruppe $\text{Aut}(\mathbb{Z}/20\mathbb{Z})$ durch die Identität generiert wird.

- (a) 17
- (b) 7
- (c) 8
- (d) 12

25. Was ist die Anzahl der verschiedenen Färbungen der Ecken eines gleichseitigen Vierecks mit k verschiedenen Farben modulo D_4 (d.h. sodass die Färbungen nicht durch Symmetrien aus D_4 ineinander übergeführt werden können)?

- (a) $\frac{1}{8}k^4$
- (b) $\frac{1}{8}(k^4 + 2k^3 + 3k^2 + 2k)$
- (c) $\frac{1}{8}(k^4 + 4k^3 + 5k^2 + 2k)$
- (d) $\frac{1}{8}(k^4 + 3k^3 + 2k^2 + 2k)$