Serie 20

1. Aufgabe

Lösen Sie folgende Anfangswertprobleme durch Trennung der Variablen.

(a) $y'(x) = -xy(x)$ mit $y(0) = 3$,

(b) $y'(x) = -\dfrac{y(x)}{x^2}$ mit $y(1) = e$,

(c) $y(x)y'(x) = e^{2x}$ mit $y(0) = -1$.

2. Aufgabe (Prüfung Sommer 2018)

Bestimmen Sie die Lösungsfunktion des Anfangswertproblems mit

$$y'(x) = -6xy^2(x), \quad y(0) = 1.$$

3. Aufgabe (Prüfung Winter 2019)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung 1. Ordnung

$$y'(x) = \frac{y^2(x) - 1}{x}$$

mithlife der Trennung der Variablen.

4. Aufgabe (Prüfung Winter 2020)

(a) Bestimmen Sie für $x > 0$ die allgemeine Lösung der Differentialgleichung 1. Ordnung

$$x(x+1)y'(x) = y^2(x)$$

mithlife der Trennung der Variablen.

(b) In einem biologischen Modell wächst eine Bakterienpopulation gemäss der Differentialgleichung

$$N'(t) = (N(t))^3 .$$

Die Grösse der Population zur Zeit $t = 0$ sei $N(0) = 1$.

(i) Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems.

(ii) Erklären Sie kurz, wieso dieses Modell für grosse Zeiten t nicht realistisch ist.
Hinweis: Überprüfen Sie, für welche $t > 0$ die Lösung des Anfangswertproblems existiert.

Abgabe : Vor Samstag, den 29. März um 12 Uhr über SAMup.

Multiple Choice

Wichtig: Bei jeder Aufgabe ist genau eine Antwort richtig. Falls Sie die Lösung nicht wissen, raten Sie nicht und wählen Sie bei der Eingabe "Weiss ich nicht." So erhält Ihr/e Übungsleiter/in eine bessere Rückmeldung.

1. Welche der folgenden Differentialgleichungen ist linear?

(a) $\dfrac{y'}{1-x^2} + \dfrac{y}{1+x} = \dfrac{1}{x^2}$,

(b) $y = xy' + (y')^2$,

(c) $y' = \dfrac{2xy}{x^2 - y^2}$,

(d) Keine davon.

2. Finden Sie die Lösung der folgenden Differentialgleichung

$$y'(x) - \frac{3}{x} y(x) = 0, \quad x > 0.$$

(a) $y(x) = Cx^2, \quad C \in \mathbb{R}$,

(b) $y(x) = Cx^3, \quad C \in \mathbb{R}$,

(c) $y(x) = Ce^{-3x^2}, \quad C \in \mathbb{R}$,

(d) $y(x) = Ce^{-\frac{1}{3}x^2}, \quad C \in \mathbb{R}$.

Abgabe : Vor Samstag, den 29. März um 12 Uhr über Echo.