Serie 24

1. Aufgabe

(a) Berechnen Sie die kritischen Punkte der folgenden Funktionen $f, g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ und entscheiden Sie, welche dieser Punkte (lokale) Maxima, Minima oder Sattelpunkte darstellen.

(i) $f(x,y) = 3xy - x^3 - y^3$,

(ii) $g(x,y) = xy^2 - \cos(x)$.

(b) Gegeben seien der Bereich

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 25 \ \text{ und } \ y \leq 4\} \subseteq \mathbb{R}^2 ,$$

und die Funktion $f : D \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = y^2 - 2x^2 - 1 .$$

Skizzieren Sie D und bestimmen Sie die globalen Extrema von $f : D \to \mathbb{R}$.

Hinweis: Vergessen Sie nicht den Rand und die Ecken.

2. Aufgabe

Es sei F die Fläche definiert durch $2x+3y+z = 14$. Bestimmen Sie denjenigen Punkt auf der Fläche F, welcher den kleinsten Abstand zum Ursprungspunkt $(0,0,0)$ hat. Benutzen Sie dazu die Theorie der Lagrangemultiplikatoren.

Abgabe : Vor Samstag, den 10. Mai um 12 Uhr über SAMup.

Multiple Choice

Wichtig: Bei jeder Aufgabe ist genau eine Antwort richtig. Falls Sie die Lösung nicht wissen, raten Sie nicht und wählen Sie bei der Eingabe "Weiss ich nicht." So erhält Ihr/e Übungsleiter/in eine bessere Rückmeldung.

1. Eine Kurve in der (x, y)-Ebene sei durch die Gleichung $x^2 - 3y^2 - 1 = 0$ gegeben. Die Steigung in einem Punkt (x_0, y_0) auf der Kurve ist gleich ...

(a) $-\dfrac{6y_0}{2x_0}$,

(b) $-\dfrac{2x_0}{6y_0}$,

(c) $\dfrac{2x_0}{6y_0}$,

(d) $\dfrac{6y_0}{2x_0}$.

2. Welche der folgenden Integrale ergibt ein anderes Resultat als die anderen?

(a) $\displaystyle\int_0^1 \int_0^x x\, dy dx$,

(b) $\displaystyle\int_0^1 \int_0^y x\, dx dy$,

(c) $\displaystyle\int_0^1 \int_0^y y\, dx dy$,

(d) $\displaystyle\int_0^1 \int_y^1 x\, dx dy$.

Abgabe : Vor Samstag, den 10. Mai um 12 Uhr über Echo.