

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Serie 1

MC 1-1. Seien $A, B \subseteq \Omega$ Teilmengen. Welche der folgenden Aussagen gilt im Allgemeinen nicht? (Genau eine Antwort ist richtig.)

Hinweis: Sie können ein Venn-Diagramm zeichnen.

- (a) $(A \setminus B)^c = B \cup A^c$.
- (b) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$.
- (c) $A \setminus B^c = A \cap B$.
- (d) $(A \cup B)^c = A^c \cup B^c$.

MC 1-2. Sei $\Omega := \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$. Welche der folgenden Kollektionen ist keine σ -Algebra auf Ω ? (Genau eine Antwort ist richtig.)

- (a) $\mathcal{F}_1 := \{\emptyset, \Omega\}$.
- (b) $\mathcal{F}_2 := \{\emptyset, \{\omega_1\}, \{\omega_2, \omega_3\}, \Omega\}$.
- (c) $\mathcal{F}_3 := \{\{\omega_1\}, \{\omega_2\}, \{\omega_3\}\}$.
- (d) $\mathcal{F}_4 := \{\emptyset, \{\omega_1\}, \{\omega_2\}, \{\omega_3\}, \{\omega_1, \omega_2\}, \{\omega_1, \omega_3\}, \{\omega_2, \omega_3\}, \Omega\}$.

Aufgabe 1-3. Über einen Nachrichtenkanal werden der Reihe nach vier Signale übertragen. Jedes Signal wird entweder richtig oder falsch übertragen. Wir wählen als Grundraum Ω die Menge der 0-1-Folgen der Länge 4 gemäss

$$\Omega = \{\omega = (x_1, x_2, x_3, x_4) : x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}\},$$

d.h. $\Omega = \{(0, 0, 0, 0), (1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), \dots, (1, 1, 1, 1)\}$, und wir interpretieren (für $i = 1, \dots, 4$) $x_i = 1$ als “ i -tes Signal richtig übertragen” und $x_i = 0$ als “ i -tes Signal falsch übertragen”. Ferner betrachten wir folgende Ereignisse:

- A : ”Genau ein Signal wird falsch übertragen”.
- B : ”Mindestens 2 Signale werden richtig übertragen”.
- C : ”Höchstens 2 Signale werden richtig übertragen”.

- (a) Schreiben Sie die Ereignisse A , B und C als Teilmengen von Ω auf.
- (b) Beschreiben Sie in Worten die Ereignisse $B \cap C$, $A \cup B$ und $A^c \cap C^c$.
- (c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A , B und C unter der Annahme, dass alle Elementarereignisse $(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \Omega$ gleich wahrscheinlich sind. Welches Modell benutzen wir hier?

Aufgabe 1-4. Ein Würfel wird so lange geworfen, bis eine 6 erscheint. An diesem Punkt wird das Experiment beendet. Was ist der Grundraum dieses Experiments? Sei E_n das Ereignis, dass n Mal gewürfelt werden muss, bis das Experiment gestoppt wird. Welche Punkte des Grundraums sind in E_n enthalten? Wie lässt sich das Ereignis $(\bigcup_{n=1}^{\infty} E_n)^c$ in Worten beschreiben?