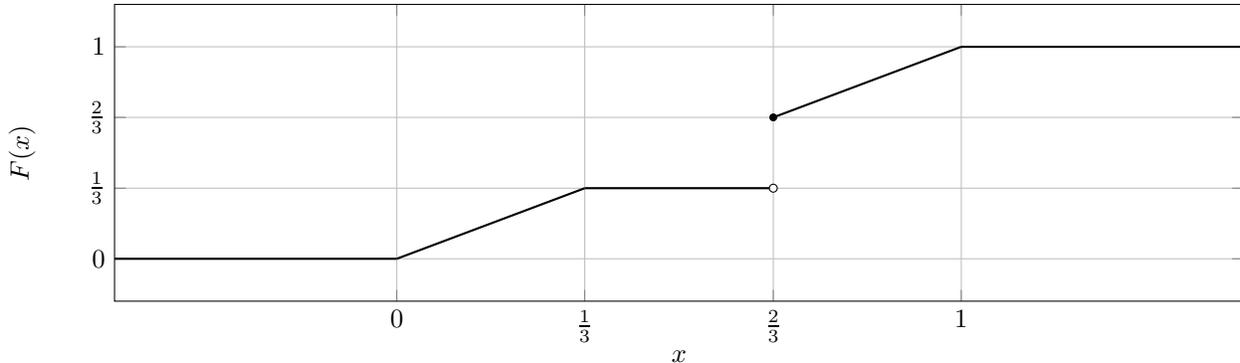


Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Serie 3 - Lösungen

MC 3-1. Betrachten Sie die folgende Verteilungsfunktion F :



Welche Eigenschaften gelten für die zugehörige Quantilsfunktion Q und das zugehörige Wahrscheinlichkeitsmass \mathbb{P} ? (Mehrere richtige Antworten sind möglich.)

- (a) $Q(1/3) = 1/3$
- (b) $\mathbb{P}(\{1/3\}) = 1/3$
- (c) $\mathbb{P}(\{2/3\}) = 2/3$
- (d) $\mathbb{P}((1/3, 2/3)) = 0$

Aufgabe 3-2. Der kleine Diego darf seine Eltern zu einer Party begleiten und möchte so lange wie möglich wach bleiben. Sein Durchhaltevermögen (wach bleiben in Stunden ab Partybeginn um 20 Uhr) sei durch die folgende Verteilungsfunktion beschrieben:

$$F(t) = \begin{cases} 0, & \text{falls } t \leq 0 \\ 1 - \exp(-t/3), & \text{falls } t > 0 \end{cases}$$

- (a) Zeige, dass F tatsächlich eine Verteilungsfunktion ist.
- (b) Hat F eine Dichte? Wenn ja, wie lautet diese?
- (c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Diego vor Mitternacht einschläft?
- (d) Um welche Uhrzeit beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass Diego eingeschlafen ist, 50%?

MC 3-3. Die Ziffern 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 werden in zufälliger Reihenfolge aufgeschrieben. Welche Aussagen über die so gebildete Zahl sind korrekt? (Mehrere richtige Antworten sind möglich.)

- (a) Es gibt 8! mögliche Zahlen.
- (b) Die Zahl ist mit Wahrscheinlichkeit 1/2 durch 2 teilbar.

- (c) Die Zahl ist mit Wahrscheinlichkeit $1/3$ durch 3 teilbar.
- (d) Die Zahl ist mit Wahrscheinlichkeit $1/4$ durch 4 teilbar.

MC 3-4. In einer Klasse von 23 Schülern sind die Geburtstage zufällig über die 365 Tage des Jahrs verteilt. Genauer ist die Annahme, dass alle möglichen Verteilungen der 23 Schülergeburtstage auf die 365 Tage mit gleicher Wahrscheinlichkeit eintreten. Alice und Bob sind zwei Schüler aus dieser Klasse. Welche Aussagen sind korrekt? (Mehrere richtige Antworten sind möglich.)

- (a) Die Wahrscheinlichkeit, dass heute zumindest ein Schüler Geburtstag hat, ist $1 - 1/365$.
- (b) Die Wahrscheinlichkeit, dass Alice und Bob heute Geburtstag haben, ist $(1/365)^2$.
- (c) Die Wahrscheinlichkeit, dass Alice und Bob am selben Tag Geburtstag haben, ist $1/365$.
- (d) Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Schüler am selben Tag Geburtstag haben, ist $> 1/2$.

Aufgabe 3-5. Auf einem Cluster mit $n \geq 1$ Rechnern sollen k Aufgaben erledigt werden. Wie viele Möglichkeiten der Aufgabenverteilung gibt es jeweils unter den folgenden Annahmen?

- (a) Die Rechner können maximal eine Aufgabe übernehmen und die Aufgaben sind ununterscheidbar.
- (b) Die Rechner können maximal eine Aufgabe übernehmen und die Aufgaben sind unterscheidbar.
- (c) Die Rechner können mehrere Aufgaben übernehmen und die Aufgaben sind ununterscheidbar.
- (d) Die Rechner können mehrere Aufgaben übernehmen und die Aufgaben sind unterscheidbar.