

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Serie 4

MC 4-1. Welche Eigenschaften gelten für Zufallsvariablen X und Y auf demselben Wahrscheinlichkeitsraum? (Mehrere richtige Antworten sind möglich.)

- (a) Wenn X und Y diskret sind, dann ist auch (X, Y) diskret.
- (b) Wenn X und Y kontinuierlich sind, dann ist auch (X, Y) kontinuierlich.
- (c) Wenn (X, Y) diskret ist, dann sind auch X und Y diskret.
- (d) Wenn (X, Y) kontinuierlich ist, dann sind auch X und Y kontinuierlich.

MC 4-2. Sei X eine reellwertige Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion F und Quantilfunktion Q und sei U gleichverteilt auf $[0, 1]$. Welche Aussagen gelten? (Mehrere richtige Antworten sind möglich.)

- (a) Die Zufallsvariable $F \circ U$ hat dieselbe Verteilung wie X .
- (b) Die Zufallsvariable $Q \circ U$ hat dieselbe Verteilung wie X .
- (c) Die Zufallsvariable $F \circ X$ hat dieselbe Verteilung wie U .
- (d) Die Zufallsvariable $Q \circ X$ hat dieselbe Verteilung wie U .

MC 4-3. Sei (X, Y) gleichverteilt auf $[0, 2]^2$. Welche Aussagen gelten für das Produkt XY ? (Mehrere richtige Antworten sind möglich.)

- (a) $\mathbb{P}(XY \leq 1) = \frac{1}{2}$
- (b) $\mathbb{P}(XY \leq 1) = \frac{1}{4}$
- (c) $\mathbb{P}(XY \leq 1) = \frac{3}{4}$
- (d) $\mathbb{P}(XY \leq 1) = 1 - \frac{1}{e}$

Aufgabe 4-4. Die Exponentialverteilung mit Parameter $\lambda \in (0, \infty)$ hat per Definition die Dichtefunktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{für } x > 0, \\ 0, & \text{für } x \leq 0. \end{cases}$$

Berechnen Sie die zugehörige Quantilfunktion.

Aufgabe 4-5. Schreiben Sie Python Code zum Erzeugen exponentialverteilter Zufallsvariablen. Verwenden Sie dazu ausschließlich einen Zufallszahlen-Generator für gleichverteilte Zufallszahlen wie z.B. die Funktion `numpy.RandomState.random`.