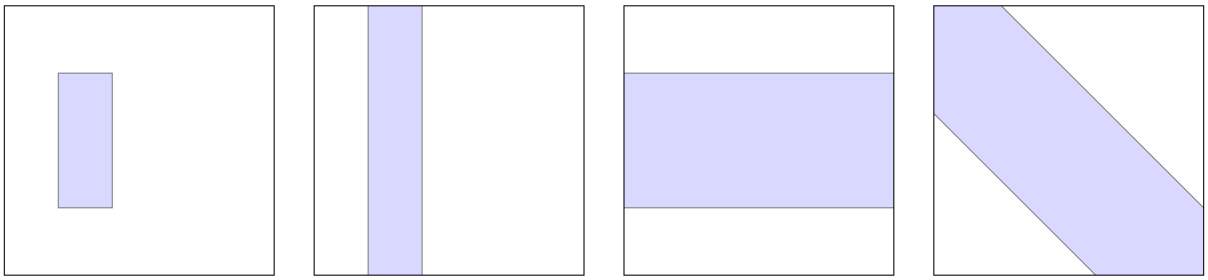
Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Serie 5

MC 5-1. Seien $X, Y : \Omega \to [0,1]$ die Koordinatenprojektionen auf dem Einheitsquadrat $\Omega = [0,1]^2$. Welche der folgenden Mengen A_1, A_2, A_3 und A_4 sind messbar bezüglich der von X bzw. $X+Y$ erzeugten σ-Algebra?



A_1 A_2 A_3 A_4

(Mehrere richtige Antworten sind möglich.)

(1) $A_1 \in \sigma(X)$
(2) $A_2 \in \sigma(X)$
(3) $A_3 \in \sigma(X)$
(4) $A_4 \in \sigma(X)$

(1') $A_1 \in \sigma(X+Y)$
(2') $A_2 \in \sigma(X+Y)$
(3') $A_3 \in \sigma(X+Y)$
(4') $A_4 \in \sigma(X+Y)$

Aufgabe 5-2. Seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängige, identisch verteilte Zufallsvariablen mit Verteilungsfunktion F. Was sind die Verteilungsfunktionen des Maximums $\max\{X_1, \ldots, X_n\}$ und des Minimums $\min\{X_1, \ldots, X_n\}$?

MC 5-3. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt? (Mehrere richtige Antworten sind möglich.)

(a) Wenn X gleichverteilt auf $[0,1]$ ist, dann ist $1 - X$ ebenfalls gleichverteilt auf $[0,1]$.
(b) Wenn X gleichverteilt auf $[0,1]$ ist, dann ist $-\log(X)$ exponentialverteilt.
(c) Wenn X und Y unabhängig binomialverteilt sind, dann ist $X + Y$ ebenfalls binomialverteilt.
(d) Wenn X und Y unabhängig exponentialverteilt sind, dann ist $\min\{X, Y\}$ ebenfalls exponentialverteilt.

MC 5-4. Welche Aussagen sind korrekt? (Mehrere richtige Antworten sind möglich.)

(a) Eine Zufallsvariable ist nie unabhängig von sich selbst.
(b) Wenn eine Zufallsvariable unabhängig von sich selbst ist, dann ist sie konstant.
(c) Wenn eine Zufallsvariable konstant ist, dann ist sie unabhängig von sich selbst.
(d) Eine Zufallsvariable ist immer unabhängig von sich selbst.

MC 5-5. Unter welchen Gewichtsfunktionen f sind die Koordinatenprojektionen X und Y unabhängig? (Mehrere richtige Antworten sind möglich.)

(a) $f : \{1, \dots, 6\}^2 \to [0, \infty), f(x, y) = 1/36$

(b) $f : \mathbb{R}^2 \to [0, \infty), f(x, y) = \frac{1}{2\pi} e^{-(x^2+y^2)/2}$

(c) $f : (0, \infty)^2 \to [0, \infty), f(x, y) = ye^{-(x+1)y}$

(d) $f : \{0, 1, 2, \dots\}^2 \to [0, \infty), f(x, y) = 1/(e^2\, x!\, y!)$