

Einige (Teil-)Aufgaben sind mit (*) markiert. Versuchen Sie, wenigstens diese Aufgaben zu lösen und abzugeben.

1.1. Terme, Präfix- und Infixnotation Seien $\mathcal{L}$ eine Signatur, $x, y, z, v_0, v_1, \dots$ Variablen in $\mathcal{L}$ und c ein Konstantensymbol in $\mathcal{L}$.

- (a) (*) Seien F, G Funktionssymbole in $\mathcal{L}$ mit Stelligkeiten 1, 2. Welche der folgenden Zeichenketten sind (Präfix-)Terme?

$FFx \quad Fxy \quad Gcc \quad FGcx \quad Gx \quad FxGxy \quad GFxFy \quad GGxy$

Geben Sie bei jedem Term an, wie wir ihn mittels der Regeln der Termbildung erhalten.

- (b) Geben Sie die intuitive Bedeutung der Zeichenketten aus der letzten Teilaufgabe an, die Terme sind. Zum Beispiel ist die intuitive Bedeutung des Terms Fx gegeben durch “ $F(x)$ ”, d. h. Anwendung der “Funktion” F auf x .

Bemerkung: Ein Term ist eine Zeichenkette ohne Bedeutung. Wir werden Terme jedoch später im Rahmen der Modelltheorie im obigen Sinn interpretieren.

- (c) (*) Seien F, G, H jetzt Funktionssymbole mit Stelligkeit 2. Schreiben Sie die folgenden Präfixterme in Infixform:

$GFxyz \quad HFxyGxy$

Hinweise:

- Denken Sie sich F, G als $+, \cdot$ (Addition, Multiplikation).
- Vergessen Sie die Klammern nicht.

- (d) Schreiben Sie die folgenden Infixterme in Präfixform:

$(xFy)Gz \quad xG(yFz)$

1.2. wohlgebildete Formeln, Präfix- und Infixnotation Seien $\mathcal{L}$ eine Signatur, $x, y, z, v_0, v_1, \dots$ Variablen in $\mathcal{L}$, c ein Konstantensymbol in $\mathcal{L}$, F, G Funktionssymbole in $\mathcal{L}$ mit Stelligkeiten 1, 2 und P, R Relationssymbole in $\mathcal{L}$ mit Stelligkeiten 1, 2.

- (a) (*) Welche der folgenden Zeichenketten sind wohlgebildete (Präfix-)Formeln?

$= cc \quad RFxy \quad RGxy \quad PRxy \quad \neg x \quad \neg Px \quad \wedge xy \quad \wedge PcRxy$
 $\rightarrow Pxy \quad \exists xRxy \quad \exists xx \quad \forall y \wedge = yy \vee \exists x = xy \neg = yy$

Geben Sie bei jeder wohlgebildeten Formel an, wie wir sie mittels der Regeln der Formelbildung erhalten.

- (b) Geben Sie die intuitive Bedeutung der Zeichenketten aus der letzten Teilaufgabe an, die Formeln sind. Zum Beispiel ist die intuitive Bedeutung der Zeichenkette $= Fxy$ gegeben durch “ $F(x)$ ist gleich y ”.

Bemerkung: Ein Formel ist eine Zeichenkette ohne Bedeutung. Wir werden Formeln jedoch später im Rahmen der Modelltheorie im obigen Sinn interpretieren.

- (c) Schreiben Sie die folgenden Präfixformeln in Infixform¹:

$$\wedge \vee PxPyPz \quad \vee Px \wedge PyPz \quad \forall y \wedge = yy \vee \exists x = xy \neg = yy$$

¹Verwenden Sie die Infixnotation sowohl für die logischen Verknüpfungen $\wedge, \vee, \rightarrow$ als auch für die zweistelligen Relationen. Die Infixnotation für logische Verknüpfungen ist analog zur derjenigen für Terme.