

Serie 19

ENDLICHE KÖRPER II

- 96.** Sei p eine Primzahl, sei K ein Körper der Charakteristik p und sei $K \rightarrow K, x \mapsto x^p$ der Frobeniushomomorphismus.
- (a) Zeigen Sie: Der Frobeniushomomorphismus ist injektiv.
 - (b) Zeigen Sie: Ist K ein endlicher Körper, so ist der Frobeniushomomorphismus ein Automorphismus des Körpers K .
- 97.** Finden Sie für $q = 8, 9, 16$ das Minimalpolynom über \mathbb{F}_2 bzw. \mathbb{F}_3 eines Erzeugers von \mathbb{F}_q^* .
- 98.** Sei $q = 3^3$ und sei $\mathbb{F}_q := \mathbb{F}_3[X]/(X^3 + X^2 + X + 2)$ ein Körper der Ordnung q .
- (a) Bestimmen Sie die Nullstellen des Polynoms $Y^3 + Y^2 + Y + 2 \in \mathbb{F}_q[Y]$.
 - (b) $Y = 2X + 1$ ist eine Nullstelle des Polynoms $g = Y^3 + 2Y^2 + 1 \in \mathbb{F}_q[Y]$.
Bestimme die anderen Nullstellen von g .
 - (c) Zeige, dass das Polynom $Y^2 + Y + 2 \in \mathbb{F}_q[Y]$ keine Nullstellen in \mathbb{F}_q hat.
- 99.** Zeigen Sie, dass ein endlicher Körper nie algebraisch abgeschlossen ist.