Serie 9

Aufgabe 1 ist online auf https://echo.ethz.ch zu lösen. Schicken Sie Ihre Lösung bis spätestens **Freitag, 28. November um 14:00 Uhr** ab.
Die schriftlichen Aufgaben können Sie am selben Tag in Ihrer Übungsstunde abgeben oder per SAM-Upload Tool (Link über https://metaphor.ethz.ch/x/2025/hs/401-0171-00L/).

1. Für welche Werte $x \in \mathbb{R}$ ist

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix} = 1?$$

(a) Für jedes $x \in \mathbb{R}$.

(b) Für kein $x \in \mathbb{R}$.

(c) Für $x = 0$.

(d) Für $x = 2$.

(e) Für $x = 4$.

2. Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 2 & 0.4 & 1 \\ -4 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die LR-Zerlegung von A, d.h. eine Linksdreiecksmatrix L, eine Rechtsdreiecksmatrix R und eine Permutationsmatrix P, für welche $PA = LR$ gilt.

(b) Lösen Sie die linearen Gleichungssysteme $Ax = b_i$, $i = 1, 2$, mit Hilfe von (a) für

$$b_1 = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b_2 = \begin{pmatrix} 3.75 \\ 1.75 \\ 4.5 \end{pmatrix}.$$

(c) Berechnen Sie die LR-Zerlegung von A mit MATLAB.

(d) Lösen Sie die beiden linearen Gleichungssysteme aus (b) mit MATLAB.

3. Berechnen Sie die Determinanten der zwei Matrizen

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad N = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & -2 & 0 & 2 \\ 5 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Betrachten Sie die Matrix

$$M = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie mit MATLAB die Determinante $\det(M)$ von M.

(b) Geben Sie allgemein an, welche Werte für die Determinante einer orthogonalen Matrix überhaupt in Frage kommen. Begründen Sie Ihre Antwort.

5. (Ohne Abgabe) *Illustration zu Drehungen im* $\mathbb{R}^2$
Downloaden und entpacken Sie das zip-Archiv
https://metaphor.ethz.ch/x/2018/hs/401-0171-00L/sc/LinAlgSerie9Aufgabe5.zip
und führen Sie das Skript rotateeth aus. Sobald die erste Figur erscheint, kann durch dreimaliges betätigen einer beliebigen Taste das ganze Skript ausgeführt werden. Schauen Sie sich den Code an, um zu verstehen, was geschieht.