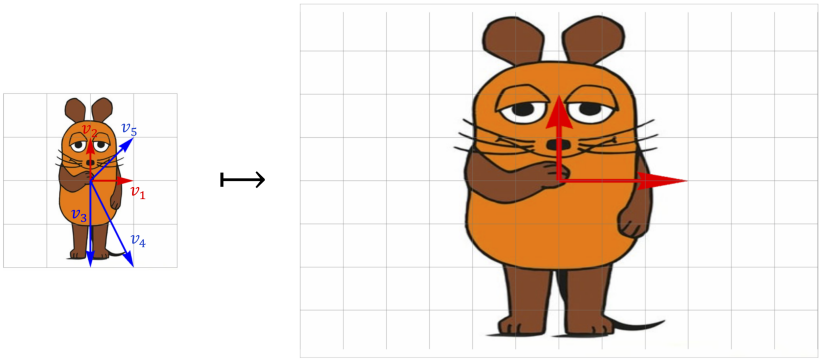
Bonusaufgabe 6

Aufgabe 6.1

Betrachten Sie die Matrix $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ sowie die Abbildung $F_a : x \mapsto Ax$. Die folgende Darstellung veranschaulicht eine mögliche Anwendung von F_a :



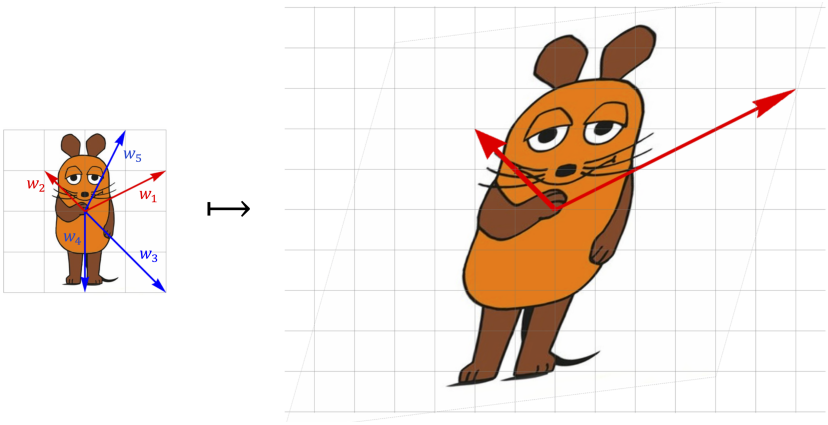
Betrachten Sie die Vektoren v_1, v_2, v_3, v_4 und v_5. Berechnen Sie für alle $i = 1, \ldots, 5$ die Bilder Av_i der Vektoren v_i und zeichnen Sie diese in der Skizze oben ein. Kontrastieren Sie dann die Vektoren v_i mit ihren Bildern Av_i geometrisch und algebraisch. Tragen Sie Ihre Beobachtungen in die Tabelle ein und begründen Sie Ihre Antworten.

	Av_i	geometrischer Vergleich v_i vs. Av_i	algebraischer Vergleich v_i vs. Av_i
$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$			
$v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$			
$v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$			
$v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$			
$v_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $= v_1 + v_2$			

Überlegen Sie sich, ob Ähnlichkeiten zwischen einigen dieser Vektoren in Bezug auf die von Ihnen entdeckten Eigenschaften bestehen. Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 6.2

Betrachten Sie nun die Matrix $B = \begin{pmatrix} \frac{8}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{7}{3} \end{pmatrix}$ sowie die Abbildung $F_b : x \mapsto Bx$. Die folgende Darstellung veranschaulicht eine mögliche Anwendung von F_b :



Betrachten Sie die Vektoren w_1, w_2, w_3, w_4 und w_5. Berechnen Sie für alle $i = 1, \ldots, 5$ die Bilder Bw_i der Vektoren w_i und zeichnen Sie diese in der Skizze oben ein. Kontrastieren Sie dann die Vektoren w_i mit ihren Bildern Bw_i geometrisch und algebraisch. Tragen Sie Ihre Beobachtungen in die Tabelle ein und begründen Sie Ihre Antworten.

	Bw_i	geometrischer Vergleich w_i vs. Bw_i	algebraischer Vergleich w_i vs. Bw_i
$w_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$			
$w_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$			
$w_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$			
$w_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$			
$w_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $= w_1 + w_2$			

Überlegen Sie sich, ob Ähnlichkeiten zwischen einigen dieser Vektoren in Bezug auf die von Ihnen entdeckten Eigenschaften bestehen. Begründen Sie Ihre Antwort.